



Stockholms
universitet

Separation av IBNYR och IBNER i reservsättningen för sjuk- och olycks- fallsskador

Anna Flodström

Masteruppsats 2013:8
Försäkringsmatematik
December 2013

www.math.su.se

Matematisk statistik
Matematiska institutionen
Stockholms universitet
106 91 Stockholm



Separation av IBNYR och IBNER i reservsättningen för sjuk- och olycksfallsskador

Anna Flodström*

December 2013

Sammanfattning

När en försäkringstagare tecknar en försäkring ingår försäkringsbolaget ett åtagande som kan vara lång tid efter det att avtalet slutat gälla. Skador kan rapporteras och slutregleras många år efter den tidpunkt då de faktiskt inträffade. För att kunna garantera försäkringstagaren ersättning för inträffade (men ej slutreglerade) skador är det nödvändigt med en så korrekt reservsättning som möjligt. Den här studien har till syfte att avgöra möjligheten och lämpligheten av att använda Schniepers metod i reservsättningen för två av Länsförsäkringsbolagens sjuk- och olycksfallsprodukter. Speciellt är målet att undersöka hur metoden kan anpassas för att passa dessa två produkter, exempelvis vad gäller utjämning av faktorer och så kallad svansskattning. Utfallet utvärderas mot standardmetoden DFM (Chain Ladder). Fördelen med Schniepers metod är att den behandlar utvecklingen av kända skador separat från utvecklingen av okända skador. Förutom att detta är intressant i sig anser vi att premien bättre kan hjälpa till att prediktera hur mycket okända skador som kvarstår än vad känd skadekostnad eller utbetalt i DFM kan göra. Analysen visar att Schniepers metod är att föredra för produkten där okänd skadekostnad är en betydande andel av reserven. När vi använder Schniepers metod ser vi ett svansbehov som inte uppmärksammas lika lätt i anpassningen av DFM. Utöver det visar sig Schniepers metod vara stabilare än DFM över åren. För produkten där okänd skadekostnad inte är en lika stor andel av reserven skiljer sig Schniepers metod och DFM inte betydande åt. Uppdelningen av utvecklingen av kända och okända skador ökar dock förståelsen för affären och möjliggör djupare analyser av rörelserna i reserverna.

*Postadress: Matematisk statistik, Stockholms universitet, 106 91, Sverige.
E-post: anna@flodstrom.nu. Handledare: Esbjörn Ohlsson.

Abstract

By signing an insurance contract, the insurance company takes on a commitment that may last several years after the contract expires. Insurance claims could be reported and finalized many years after they occurred. To ensure the policyholder compensation for incurred (but not finally settled) claims, an accurate loss reserving is important. This study is intended to determine the possibility and the suitability of using Schniepers method for loss reserving in two of Länsförsäkringar Alliance income protection products. The specific goal is to examine how to adjust the model to fit these two products, for example in terms of smoothing factors and fitting tail estimates. The results are analyzed against the standard method DFM (Chain Ladder). One benefit of using Schniepers method is the separation of the development of known claims and the development of unknown claims. Besides that this is interesting in itself, we believe that in this case the premium is more suitable for predicting how much unknown claims we have left, then what the known claim cost or paid used in DFM is. The analyses show that Schniepers method is preferred for the product where unknown claims cost is a significant part of the reserve. Upon fitting Schniepers method we discovered the need for a tail estimation which was not as easily detected when fitting DFM. In addition to this, Schniepers method was found to be more stable over the years than DFM. For the other product where unknown claims cost is not a significant part of the reserve, Schniepers method and DFM do not differ significantly. However, the separation of the development of known and unknown claims increases the understanding of the product and enables a deeper analysis of the movements in the reserves.

Förord

Denna uppsats utgör mitt masterarbete i försäkringsmatematik vid Stockholms Universitet och omfattar 30 hp.

Ett stort tack riktas till min handledare Esbjörn Ohlsson, ansvarig aktuarie för ett antal av Länsförsäkringsbolagen och adjungerad professor vid institutionen för Matematisk statistik vid Stockholms universitet. Hans vägledning, idéer och erfarenhet har varit av största vikt för detta arbete. Jag vill även tacka Aktuariegrupp Länsförsäkringsbolag på Länsförsäkringar AB och speciellt Björn Johansson för insiktsfulla synpunkter och uppmuntran under arbetas gång. Slutligen ett tack till Länsförsäkringar som bidragit med datamaterialet till denna studie och till min familj som varit ett stort stöd.

Innehåll

1	Introduktion	7
1.1	Inledning	7
1.2	Syfte och metod	8
2	Länsförsäkringar	8
3	Beskrivning av data	9
3.1	Produkter	9
3.2	Datamaterialet	9
3.2.1	Skadeinformation	9
3.2.2	Hantering av storskador	10
3.2.3	Hantering av katastrofskador	10
3.2.4	Exponering	11
4	Teori	11
4.1	Development factor methods	11
4.2	Schniepers metod	14
4.3	Exponentiell utjämning	19
4.4	Svansskattning med exponentiell utjämning	20
4.5	Cubic Splines	20
5	Modellanpassning	21
5.1	Modellanpassning Schnieper	21
5.1.1	Prod1	21
5.1.2	Prod2	27
5.2	Modellanpassning DFM	34
5.2.1	Prod1	35
5.2.2	Prod2	37
6	Utjämning av faktorerna	40
6.1	Utjämning av faktorer i Schniepers metod	41
6.1.1	Prod1	41
6.1.2	Prod2	43
6.2	Utjämning av faktorer i DFM	49
6.2.1	Prod1	50
6.2.2	Prod2	51
7	Modelljämförelse	52
7.1	Modelljämförelse Prod1	52
7.2	Modelljämförelse Prod2	54
8	Slutsatser och diskussion	59

9 Referenser	61
10 Apendix	62
A.1 Development factor methods	62

1 Introduktion

1.1 Inledning

Ett sakförsäkringsbolag har åtaganden mot sina försäkringstagare som kan sträcka sig många år efter det att ett försäkringsavtal slutat gälla. När en kund tecknar en sakförsäkring löper avtalet vanligtvis på ett år, dvs. täcker skador under ett års tid. Tidslängden på åtagandet kan däremot vara mycket längre än så och varierar beroende på vilken försäkringsprodukt som kunden valt att teckna. En produkt med åtaganden som varar i många år efter det att avtalet slutat gälla, brukar benämnas långsvansad.

För att kunna garantera kunden ersättning för inträffade (men ej slutregerade) skador är det nödvändigt med en så korrekt reservsättning som möjligt. För produkter där tidslängden på åttagandet är långt innehåller reservsättningen en genuint högre osäkerhet. I denna studie ägnar vi oss åt sjuk- och olycksfallsprodukter vilka generellt är långsvansade försäkringsprodukter.

Schnieper (1991) föreslog en metod för reservsättning som separerar utvecklingen av IBNYR¹ och utvecklingen av IBNER². Metoden togs fram i samband med prissättningen av Excess of loss-skydd för återförsäkring av olycksfallsförsäkring. Schnieper (1991) anger att metoden kan vara användbar vid reservsättning av långsvansade affärer. Vår bedömning är att den kan tänkas vara användbar vid sådan typ av försäkring där IBNYR utgör en betydande andel av den totala skadekostnaden speciellt om IBNYR kan antas vara oberoende av känd skadekostnad och gjorda betalningar. Ingen av dessa två egenskaper är uppfyllda inom till exempel trafikförsäkring. I trafikförsäkring rapporteras skadorna förhållandevis snabbt och en hög känd skadekostnad under skadeåret indikerar att IBNYR troligtvis också är hög, vilket kan bero på väder eller mängden trafik. Men vissa sjuk- och olycksfallsprodukter uppvisar dessa egenskaper, åtminstone om katastrofskador och kumuler exkluderas ur analysen.

I denna studie testar vi Schniepers metod på två sjuk- och olycksfallsprodukter i Länsförsäkringars sortiment. Metoden utvärderas mot den historiskt sett vanligaste reservsättningsmetoden inom sakförsäkring, Development Factor Methods (DFM) ofta kallad Chain Ladder. I de fall vi ej har skadedata fram tills skadeåren bedöms vara färdigutvecklade, anpassas en så kallad svans.

¹IBNYR (Incurred But Not Yet Reported) är reserverna för helt okända skador. Schnieper använder beteckningen sann IBNR (true IBNR).

²IBNER (Incurred But Not Enough Reported) är reservförändringen för kända skador. Denna post kan vara negativ. Här använder vi samma beteckning som Schnieper (1991).

1.2 Syfte och metod

Syftet med denna uppsats är att avgöra möjligheten och lämpligheten av att använda Schniepers metod i reservsättningen för två av Länsförsäkringars sjuk- och olycksfallsprodukter. Speciellt är målet att undersöka hur metoden kan anpassas för att passa dessa produkter, exempelvis vad gäller utjämning av faktorer och så kallad svansskattning, och att jämföra dess utfall med standardmetoden DFM (Chain Ladder).

Fördelen som vi ser med Schniepers metod är att den behandlar utvecklingen av kända skador separerat från utvecklingen av okända skador. Ansatsen är att exponeringen (premie eller antal försäkringar) bättre kan hjälpa till att skatta hur mycket okända skador som kvarstår än vad känd skadekostnad kan göra. Ingen av produkterna har drabbats av vad vi definierat som katastrofskador eller kumuler. Om produkterna skulle drabbas av dessa typer av skador skulle vi behandla dessa separat, då de inte kan förväntas följa ansatsen ovan.

De två produkter som vi analyserar har datamaterial från ett betydande antal skadeår tillbaka i tiden. Vi kommer att undersöka huruvida de skattade faktorerna behöver utjämnas och i vilken utsträckning. Olika metoder för utjämning appliceras där cubic splines är en av dessa. Resultatet av anpassningen jämförs mot DFM och metoderna utvärderas mot varandra. Utvärderingen sker genom analys av stabiliteten för ultimoskattningarna över åren.

Av sekretesskäl kommer resultaten i vissa fall inte att presenteras i sin helhet. De siffror som visas kommer att ha omvandlats till en för läsaren okänd valuta. Produkterna som analyseras kommer inte att presenteras närmare än att vi anger om de har några speciella egenskaper och att de tillhör segmentet sjuk- och olycksfall.

2 Länsförsäkringar

Länsförsäkringar består av 23 självständiga och lokala länsförsäkringsbolag som samverkar genom det gemensamt ägda Länsförsäkringar AB med dotterbolag. Länsförsäkringsbolagen är ömsesidiga bolag och är tillsammans med Länsförsäkringar AB ledande inom svensk sakförsäkring med en marknadsandel på 29,5 procent per den 31 december 2012. Länsförsäkringar AB svarar för länsförsäkringsgruppens utveckling och driver de gemensamma verksamheterna inom bank och försäkring.

Länsförsäkringar har bidragit med datamaterialet till denna studie.

3 Beskrivning av data

3.1 Produkter

Analysen har genomförts på två av länsförsäkringsbolagens sjuk- och olycksfallsprodukter. I den första produkten är andelen sent anmälda skador inte så stor. IBNYR förekommer men är efter några år noll. Denna produkt kommer vi att benämna Prod1. I den andra produkten är sent anmälda skador en betydande andel av ersättningsreserven och nyanmälningar förekommer fortfarande efter 20-30 år. Denna produkt kommer vi att benämna Prod2.

3.2 Datamaterialet

Sjuk- och olycksfallsprodukter är ofta långsvansade försäkringsprodukter. En långsvansad produkt karakteriseras av att tiden mellan det att skadorna inträffar och att samtliga skadeutbetalningar är genomförda, är väldigt lång. Tiden varierar mellan olika sjuk- och olycksfallsprodukter men kan i vissa fall vara upp emot 30 år. Långsvansade produkter innebär en större osäkerhet då utvecklingen är svårare att prediktera än för kortsvansade produkter. För analysen är vi beroende av datamaterial från många skadeår tillbaka, vilket kan vara problematiskt om data inte finns tillgängligt eller inte är fullständigt så långt tillbaka i tiden. I analysen är vi tvungna att ta hänsyn till eventuella villkorsförändringar. Även yttre faktorer som inflation och lagstiftning kan påverka analysen. Den långsvansade egenskapen hos sjuk- och olycksfallsprodukterna gör att betydelsen av sådana förändringar är större än för en kortsvansad försäkringsprodukt.

Nedan beskrivs de datavariabler som används. Med datavariabler menas den information som används som indata för beräkningarna i varje tillämpning. Datamaterialet omfattar ett för läsaren okänt antal av länsförsäkringsbolagen.

Det första skadeåret kommer att tas bort ur anpassningen av modellerna på grund av datakvalitetsproblem.

3.2.1 Skadeinformation

Ur de valda länsförsäkringsbolagens skadesystem hämtas information om skador enligt specifikationen nedan.

Bolag: Bolagsnummer för länsförsäkringsbolaget skadan tillhör.

Skadeår: Det år då skadan inträffade.

Löpnummer: En löpande numrering av skadorna per bolag och skadeår.

Radnummer: En skada kan vara uppdelad i flera radnummer i de fall då skadan omfattar flera positionstyper (se förklaring nedan).

Skadedatum: Det datum då skadan inträffade.

Registreringsdatum: Registreringsdatum för skadan.

Skadeart: Utbetalningarna och reservförändringarna är uppdelade på olika skadearter som beskriver vad ersättningen avser.

Positionstyp: Positionstyp anger vilken typ av produkt, Prod1 eller Prod2.

Reservdatum: Datum för förändring i känd skadekostnad.

Reservbelopp: Det belopp som förändringen avser.

Utbetalningsdatum: Datum för skadeutbetalningen.

Utbetalt belopp: Det belopp som betalats ut.

Förändringsdatum (Reservdatum) och förändringen i känd skadekostnad (Reservbelopp) är den grundläggande information som används vid konstruktionen av utvecklingstrianglar över känd skadekostnad. Utbetalningsdatum (Utbetalningsdatum) och det utbetalda beloppet (Utbetalt belopp) är den grundläggande information som används vid konstruktionen av utbetalningstrianglar.

3.2.2 Hantering av storskador

En speciell hantering av storskador kan vara nödvändig vid en reservsättningsanalys. För de två produkter som denna studie behandlar bedöms inte storskadorna behöva behandlas separat på något sätt. Storskadorna är begränsade till ett visst antal basbelopp, till skillnad från till exempel brandförsäkring.

3.2.3 Hantering av katastrofskador

I nuläget innehåller de av oss valda produkterna, Prod1 och Prod2, ingen katastrofskada eller kumulskada som bedöms vara så speciell att den måste behandlas separat. Det har vid flera tillfällen inträffat sjuk- och olycksfallsskador som medfört stora utbetalningar. Dessa är dock inte tillräckligt omfattande för att definieras som katastrofskador respektive kumulskador eller så har de drabbat andra sjuk- och olycksfallsprodukter.

3.2.4 Exponering

Det finns ett antal olika alternativ för valet av exponering. De vanligaste valen av exponeringsmått är antal försäkringsår eller premien. För denna beräkning av slutgiltig skadekostnad har vi i vår modell, både för Prod1 och Prod2, valt att använda premien som exponeringsmått. Orsaken är att premien på ett bättre sätt beskriver risken i affären jämfört med antalet försäkringsår. En del av ersättningsmomenten i Prod2 är kopplade till valt försäkringsbelopp och eftersom premien beror på detta belopp är den ett exponeringsmått som fångar upp riskkillnaderna mellan olika försäkringar vilket inte antalet försäkringsår gör.

4 Teori

Vi kommer i detta avsnitt att utveckla Schniepers metod. Vi börjar dock med att rekapitulera DFM som en utgångspunkt men även eftersom den används i jämförelserna mot Schnieper.

4.1 Development factor methods

Development Factor Methods (DFM) eller Development Factor Techniques används flitigt för reservsättning inom sakförsäkring. Beteckningen används ibland synonymt med Chain Ladder. Metoden använder sig av kumulativa trianglar över känd skadekostnad eller utbetalt. Vi kommer i den fortsatta teorin att använda känd skadekostnad. Detta då vi i avsnitt 5 väljer och motiverar varför vi använder känd skadekostnad framför utbetalt. Vi utgår därför från kumulativa trianglar över känd skadekostnad enligt tabell 1.

<i>Skadeår</i>	<i>Utvecklingsår</i>					
	1	2	3	...	$m - 1$	m
1	C_{11}	C_{12}	C_{13}	...	$C_{1,m-1}$	$C_{1,m}$
2	C_{21}	C_{22}	C_{23}	...	$C_{2,m-1}$	
3	C_{31}	C_{32}	C_{33}	...		
⋮	⋮	⋮	⋮			
$m - 1$	$C_{m-1,1}$	$C_{m-1,2}$				
m	$C_{m,1}$					

Tabell 1: Kumulativ triangel över känd skadekostnad.

I tabell 1 motsvarar varje rad ett specifikt skadeår. Radvis går det alltså att följa hur den kända skadekostnaden utvecklats över tiden. Kolumnerna motsvarar utvecklingsår där utvecklingsår 1 är den kända skadekostnaden i

slutet på skadeåret och utvecklingsår j motsvarar den kända skadekostnaden efter j år av utveckling. Diagonalerna i triangeln motsvarar bokslutsår och den sista diagonalen är det senaste bokslutsåret. Värdet C_{ij} motsvarar alltså den kända skadekostnaden för skadeår i i slutet av bokslutsår $i + j - 1$. Liknande trianglar kan även skapas för antalet skador.

Tabell 1 bygger på årsvisa tidssteg men annan periodicitet är också möjlig, till exempel månad eller kvartal.

Problematiken är nu att prediktera vad skadekostnaden kommer att vara för skadeår i efter utvecklingsår j , där j ännu inte inträffat. Tabell 1 utvecklas enligt tabell 2.

<i>Skadeår</i>	<i>Utvecklingsår</i>					
	1	2	3	...	$m - 1$	m
1	C_{11}	C_{12}	C_{13}	...	$C_{1,m-1}$	$C_{1,m}$
2	C_{21}	C_{22}	C_{23}	...	$C_{2,m-1}$	$C_{2,m}$
3	C_{31}	C_{32}	C_{33}	...	$C_{3,m-1}$	$C_{3,m}$
⋮	⋮	⋮	⋮		⋮	⋮
$m - 1$	$C_{m-1,1}$	$C_{m-1,2}$	$C_{m-1,3}$...	$C_{m-1,m-1}$	$C_{m-1,m}$
m	$C_{m,1}$	$C_{m,2}$	$C_{m,3}$...	$C_{m,m-1}$	$C_{m,m}$

Tabell 2: Känd och framtida utveckling av skadekostnaden.

Det är den fetmarkerade delen av triangeln som predikteras och särskilt $C_{i,m}$ som ger ultimoskattningen för skadeår i . Det kan vara mycket möjligt att affären inte är färdigutvecklad efter m stycken utvecklingsår. Det kan både finnas öppna skador kvar samt att det fortfarande kan rapporteras in nya skador. Affären har då en svans som vi ännu inte har några observationer på. Om vi sätter år J till året då samtliga skadeår är stängda kan vi utveckla tabell 2 enligt tabell 3.

Skadeår	Utvecklingsår							
	1	2	...	$m-1$	m	$m+1$...	J
1	C_{11}	C_{12}	...	$C_{1,m-1}$	$C_{1,m}$	$C_{1,m+1}$...	$C_{1,J}$
2	C_{21}	C_{22}	...	$C_{2,m-1}$	$C_{2,m}$	$C_{2,m+1}$...	$C_{2,J}$
3	C_{31}	C_{32}	...	$C_{3,m-1}$	$C_{3,m}$	$C_{3,m+1}$...	$C_{3,J}$
\vdots	\vdots	\vdots		\vdots	\vdots	\vdots		\vdots
$m-1$	$C_{m-1,1}$	$C_{m-1,2}$...	$C_{m-1,m-1}$	$C_{m-1,m}$	$C_{m-1,m+1}$...	$C_{m-1,J}$
m	$C_{m,1}$	$C_{m,2}$...	$C_{m,m-1}$	$C_{m,m}$	$C_{m,m+1}$...	$C_{m,J}$

Tabell 3: Känd och framtida utveckling av skadekostnaden, med svans till ultimo.

I tabell 3 predikteras särskilt $C_{i,J}$ som ger ultimoskattningen för skadeår i . Vi formulerar följande två antaganden enligt Dahl (2003):

(CL1) För varje $i = 1, 2, \dots$ och $j = 1, 2, \dots$, så gäller att

$$E[C_{i,j+1}|C_{i1}, \dots, C_{ij}] = f_j C_{ij},$$

för några positiva parametrar f_j , $j = 1, 2, \dots$

(CL2) Skadeåren utvecklas oberoende av varandra. Det vill säga mängden av slumpmässiga variabler $\{C_{ij}; j = 1, 2, \dots\}$, $i = 1, \dots, m$ är oberoende.

Antagande (CL1) ger att den förväntade relativa utvecklingen mellan två utvecklingsår är densamma för alla skadeår. Talen f_1, f_2, \dots kallas utvecklingsfaktorer. Naturligtvis blir den faktiska utvecklingen någonting annat men utvecklingsfaktorerna ger en genomsnittlig utveckling över alla skadeår. f_j är parametrar i modellen och skattas utifrån datamaterialet i triangeln. Antagande (CL1) ger oss en skattning för nästa utvecklingsår. Ytterst är vi dock intresserade av den slutgiltiga skattningen då respektive skadeår är helt slutreglerat. Om en produkt är färdigutvecklad efter m skadeår ser triangeln ut enligt tabell 1. Utvecklingsfaktorerna beräknas då enligt ekvation (1). För detaljer kring denna uträkning se avsnitt 10.

$$\hat{f}_j = \frac{\sum_{i=1}^{m-j} C_{i,j+1}}{\sum_{i=1}^{m-j} C_{i,j}} \quad (1)$$

Det kan visas att, dessa parameterskattningar är väntevärdesriktiga och okorrelerade under modellantagandena, se avsnitt 10.

Den sista diagonalen i tabell 1 är de värden för vilket $i + j = m + 1$, det vill säga $j = m - i + 1$. För skadeår i är den nuvarande skadekostnaden $C_{i,m-i+1}$. Efter ytterligare ett utvecklingsår, det vill säga efter $m - i + 2$ år (inkluderat det första utvecklingsåret) predikteras skadekostnaden enligt:

$$\hat{C}_{i,m-i+2} = C_{i,m-i+1} \hat{f}_{m-i+1}.$$

detta ger att skadekostnaden efter j år, där $j > m - i + 1$ ges av:

$$\hat{C}_{i,j} = C_{i,m-i+1} \hat{f}_{m-i+1} \cdots \hat{f}_{j-1}.$$

om vi antar att skadeåret är stängt och slutreglerat efter m utvecklingsår får vi mer generellt ekvation 2.

$$\hat{C}_{i,m} = C_{i,m-i+1} \hat{f}_{m-i+1} \cdots \hat{f}_{m-1}. \quad (2)$$

Vi kommer att använda oss av fördröjningsfaktorer (lag factors) för att få skattningen av ultimoskadekostnaden ett specifikt skadeår:

$$F_j = f_j f_{j+1} \cdots f_{m-1}$$

skattade värden anges av:

$$\hat{F}_j = \hat{f}_j \hat{f}_{j+1} \cdots \hat{f}_{m-1} \quad (3)$$

4.2 Schniepers metod

Schnieper (1991) föreslog en metod för reservsättning som separerar utvecklingen av IBNYR och utvecklingen av IBNER.

Schnieper utgår från samma kumulativa skadetriangel över känd skadekostnad som i tabell 1 för DFM. I tabell 1 är C_{ij} den kända skadekostnaden för skadeår i och utvecklingsår j . Vi väljer att referera till denna triangel som C -triangeln. C -triangeln är tillräckling för DFM medan Schniepers metod delar upp skadekostnaden i C -triangeln i två separata trianglar.

För att kunna separera utvecklingen av IBNYR och IBNER krävs att rapporteringsdatum för varje skada finns registrerat i databasen för skadorna. Finns denna information kan vi skapa en triangel som vi benämner N -triangeln, se tabell 4. N_{ij} är den kända skadekostnaden vid slutet av utvecklingsår j för skador som inträffade skadeår i men rapporterades utvecklingsår j . Här gäller att:

$$C_{i1} = N_{i1} \quad (4)$$

N -triangeln visar alltså nyanmälda skador, inte till antalet utan till det belopp som avsätts det första året.

Skadeår	Utvecklingsår					
	1	2	3	...	$m-1$	m
1	N_{11}	N_{12}	N_{13}	...	$N_{1,m-1}$	$N_{1,m}$
2	N_{21}	N_{22}	N_{23}	...	$N_{2,m-1}$	
3	N_{31}	N_{32}	N_{33}	...		
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots			
$m-1$	$N_{m-1,1}$	$N_{m-1,2}$				
m	$N_{m,1}$					

Tabell 4: Triangel över nyanmäld skadekostnad

Med hjälp av dessa två tringlar skapar vi nu den rena utvecklingstriangeln av skadekostnaden för kända skador genom att för varje i sätta:

$$D_{i1} = 0 \quad (5)$$

$$D_{ij} = C_{ij} - C_{i,j-1} - N_{ij} \quad (6)$$

för $j=2,3,..$

och får då triangeln i tabell 5. Vi refererar till denna triangel som D -triangeln.

Skadeår	Utvecklingsår					
	1	2	3	...	$m-1$	m
1	D_{11}	D_{12}	D_{13}	...	$D_{1,m-1}$	$D_{1,m}$
2	D_{21}	D_{22}	D_{23}	...	$D_{2,m-1}$	
3	D_{31}	D_{32}	D_{33}	...		
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots			
$m-1$	$D_{m-1,1}$	$D_{m-1,2}$				
m	$D_{m,1}$					

Tabell 5: Utvecklingstriangel över känd skadekostnad

D -triangeln innehåller utvecklingen av känd skadekostnad för alla vid årets början öppna skador och byggs utvecklingsår j på med utvecklingen av känd skadekostnad för de nya skador som rapporterats under utvecklingsår $j-1$. Observera att den första kolumnen per definition är 0.

Notera här att beteckningssystemet för C - och D -triangeln ändrats jämfört med Schnipers originalbeteckningar, $X = C$ och $D = -D$. Ändringen från X till C har sin grund i konsistensen med DFM, där C används som standard. Med ändringen av tecken framför D får vi en harmonisering med övriga kvantiteter. Notera att D lika gärna kan vara positiv som negativ.

Observationerna för kalenderår k är de på diagonalen där $i + j - 1 = k$. Samlingen av alla observerade data fram till och med år k noterar vi med \mathcal{D}_k , i enlighet med Wütrich & Merz (2008). Detta ger:

$$\mathcal{D}_k = \{N_{ij}, D_{ij}; i + j - 1 \leq k\}$$

notera att tabell 4 och tabell 5 utgör \mathcal{D}_m . Om någon annan stokastisk variabel är känd vid tidpunkt k och används vid reservsättningen så antas \mathcal{D}_k även inkludera denna variabel.

Enligt denna notation får vi att C_{i1}, \dots, C_{ij} ingår i \mathcal{D}_{i+j-1} och (CL1) i avsnitt 4.1 kan ersättas av:

$$E[C_{i,j+1} | \mathcal{D}_{i+j-1}] = f_j C_{ij}$$

för varje skadeår i har vi även tillgång till någon form av exponering som vi benämner E_i . Typiskt används intjänt premie som exponering men samtliga exponeringsmått som finns tillgängliga vid tidpunkt i , går att använda.

Vi gör följande tre antaganden:

(A1) För några parametrar $\lambda_j > 0$, gäller att $E[N_{ij}|\mathcal{D}_{i+j-2}] = E_i\lambda_j$, där $j=1,2,\dots$

(A2) För några parametrar δ_j , gäller att $E[C_{i,j-1} + D_{ij}|\mathcal{D}_{i+j-2}] = C_{i,j-1}\delta_j$, där $j=2,3,\dots$

(A3) $\{N_{1j}, D_{1j} | j=1,2,3,\dots,n\}$
 \vdots
 $\{N_{nj}, D_{nj} | j=1,2,3,\dots,n\}$

är oberoende uppsättningar av stokastiska variabler.

Notera att $N_{i,j-1}$ ingår i \mathcal{D}_{i+j-2} , vilket N_{ij} inte gör, så betingningen i (A1) avser läget förra året. Motsvarande gäller för $C_{i,j-1}$ och D_{ij} .

Av detta följer att:

$$E[C_{ij}|\mathcal{D}_{i+j-2}] = E[C_{i,j-1} + D_{ij} + N_{ij}|\mathcal{D}_{i+j-2}] = C_{i,j-1}\delta_j + E_i\lambda_j \quad (7)$$

notera här att vårt δ motsvarar $1 + \delta$ i Schnieper (1991). Vi har valt denna notation då den är mer lik notationen för DFM.

Antagande (A1) ger att den förväntade skadekostnaden för nya skador inte beror på den kända skadekostnaden utan istället på exponeringen. Detta skiljer sig från en DFM på känd skadekostnad, då vi med Schnieper-notation får att, för några utvecklingsfaktorer f_j ,

$$E[C_{i,j-1} + N_{ij} + D_{ij}|\mathcal{D}_{i+j-2}] = C_{i,j-1}f_{j-1}$$

det vill säga, väntevärdet av både N och D beror på $C_{i,j-1}$.

Från antagande (A1), (A2) och (A3) följer att nedastående två skattningar är vändevärdesriktiga.

$$\hat{\lambda}_j = \frac{\sum_i N_{ij}}{\sum_i E_i} \quad j = 1, \dots, m \quad (8)$$

$$\hat{\delta}_j = 1 + \frac{\sum_i D_{ij}}{\sum_i C_{i,j-1}} \quad j = 2, \dots, m \quad (9)$$

Här har vi medvetet utelämnat summeringsgränserna för summationsindex i . Ty alla summeringar över delmängder av de observerade variablerna ger en väntevärdesriktig skattning av parametrarna. Man måste naturligtvis hålla sig bland de observerade värdena, det vill säga $i \leq m - j + 1$. Till exempel så kanske vi vill använda endast de senaste kalenderåren för att få en mer tidsupdaterad skattning.

Notera även, precis som för DFM, att parametrarna kan skrivas om till viktade summor av individuellt väntevärdesriktiga skattningar:

$$\hat{\lambda}_j = \frac{\sum_i E_i \hat{\lambda}_{ij}}{\sum_i E_i}; \quad \hat{\lambda}_{ij} = \frac{N_{ij}}{E_i} \quad (10)$$

$$\hat{\delta}_j = \frac{\sum_i C_{i,j-1} \hat{\delta}_{ij}}{\sum_i C_{i,j-1}}; \quad \hat{\delta}_{ij} = 1 + \frac{D_{ij}}{C_{i,j-1}} \quad (11)$$

även de individuellt skattade parametrarna $\hat{\lambda}_{ij}$ och $\hat{\delta}_{ij}$ är intressanta att studera. Parametrarna kan avslöja trender över i . Finns sådana trender kan det vara en viktig del av beslutet om hur många år som de slutgiltiga parametrarna ska summeras över.

Genom att använda (7) och upprepade betingningar får vi:

$$\begin{aligned} E[C_{i,j+1} | \mathcal{D}_{i+j-2}] &= E[E[C_{i,j+1} | \mathcal{D}_{i+j-1}] | \mathcal{D}_{i+j-2}] \\ &= E[C_{ij} \delta_{j+1} + E_i \lambda_{j+1} | \mathcal{D}_{i+j-2}] \\ &= C_{i,j-1} \delta_j \delta_{j+1} + E_i [\lambda_j \delta_{j+1} + \lambda_{j+1}] \end{aligned}$$

formeln kan användas för att hitta den slutgiltiga skadekostnaden i ekvation 12.

$$\begin{aligned} E[C_{im} | \mathcal{D}_{i+j-2}] &= C_{i,j-1} \delta_j \cdots \delta_m \\ &+ E_i (\lambda_j \delta_{j+1} \cdots \delta_m \\ &+ \lambda_{j+1} \delta_{j+2} \cdots \delta_m \\ &\vdots \\ &+ \lambda_{m-1} \delta_m \\ &+ \lambda_m) \end{aligned} \quad (12)$$

Detta ger alltså att IBNER-justeringen till den kända skadekostnaden ($C_{i,j-i}$) är $C_{i,j-1} [\delta_j \cdots \delta_m - 1]$, medan uttryckt som börjar med E_i ger IBNYR-reserven.

4.3 Exponentiell utjämning

Exponentiell utjämning eller exponential smoothing är en metod som kan användas för utjämning av utvecklingsfaktorerna. Metoden används för att dämpa effekten av slumpvariationen, och bygger på att utvecklingsfaktorerna tenderar att avvecklas exponentiellt snarare än linjärt. Metoden kan anses vara en standardmetod och diskuteras exempelvis av Sherman R. (1984). Den ingår även i ResQ, ett programpaket för reservsättning som används av många sakförsäkringsbolag i Europa.

Först transformeras faktorerna till den log-linjära skalan i (13).

$$y_j = \log(f_j - 1) \quad (13)$$

Anledningen till att vi tar -1 är att det garanterar att den anpassade kurvan alltid kommer vara över linjen $\tilde{f}_j = 1$, vilket för kumulativa värden för utbetalt och antalet skador vanligtvis är ett krav. I Schniepers metod däremot konvergerar λ -faktorerna mot 0 och vi gör därför inte tillägget -1 . Vi använder istället (14).

$$y_j = \log(\lambda_j) \quad (14)$$

Sedan anpassas en enkel linjär regressionslinje till y_j som en funktion av utvecklingsår j . Ur detta får vi predikterade (utjämnade) värden \tilde{y}_j som transformeras tillbaka till den exponentiella skalan:

$$\tilde{f}_j = 1 + \exp(\tilde{y}_j) \quad (15)$$

eller för λ -faktorerna i Schniepers metod:

$$\tilde{\lambda}_j = \exp(\tilde{y}_j) \quad (16)$$

anpassningen blir ofta bättre om vi utesluter några av de tidiga utvecklingsåren. Även utvecklingsår med få observationer (sena utvecklingsår) bör exkluderas då de kan leda till att svansskattningen blir volatil.

4.4 Svansskattning med exponentiell utjämning

En konsekvens av långsvansade produkter är att data kan saknas eller vara av dålig kvalitet för de sista utvecklingsåren. Ett exempel på detta är när affären startades för m år sedan medan respektive skadeårgång bedöms vara slutreglerad efter J utvecklingsår, där $J > m$. Aktuarien kan då ta hjälp av information i villkor eller historik från liknande produkter för att bedöma värdet på variabeln J . När J sedan bestämts ska en svans skattas för de kvarvarande utvecklingsåren. Oundvikligt måste svansen baseras på ett antal antaganden om hur skadekostnaden kommer utvecklas för utvecklingsåren $m + 1, m + 2, \dots, J$.

Ett sätt att skatta svansen är att använda sig av exponentiell utjämning. Genom att använda exponentiell utjämning låter vi trenden i utvecklingsfaktorerna för $j < m$ ligga till grund för skattningarna av faktorerna $j > m$. Den skattade svansfaktorn blir då:

$$\hat{F}_m = \hat{f}_m \hat{f}_{m+1} \cdots \hat{f}_{J-1} \quad (17)$$

observera att detta är samma sak som fördröjningsfaktorn för f_m .

Det är känt att extrapolering av regressionskurvor kan ge mycket volatila resultat som inte kan testas mot tidigare erfarenhet. Detta gäller förstås även för reservsättning och andra metoder bör användas när det finns möjlighet. För våra produkter känner vi dock inte till några andra alternativ som passar.

4.5 Cubic Splines

Cubic Splines (kubiska splines) är en alternativ metod för utjämning av faktorerna som är mindre volatil än exponentiell utjämning. Cubic Splines är en två gånger deriverbar funktion och består av styckvisa polynom av grad 3. Nackdelen med Cubic Splines är att vi inte kan använda dessa för att skapa svansskattningar vilket är fallet för exponentiell utjämning, se avsnitt 4.4. Ett alternativ är då att använda exponentiell regression på redan splineutjämnade faktorer för att få ett stabilare resultat än vad exponentiell utjämning ger. Vi kommer använda oss av Cubic Splines i utjämningen av vissa faktorer. Vi kommer även använda oss av exponentiell regression av redan splineutjämnade faktorer för att skapa svansskattningar. För en beskrivning av hur splineutjämningen av faktorerna går till hänvisas till avsnitt 5.3.1 i Ohlsson, E. & Johansson, B. (2010).

5 Modellanpassning

I detta avsnitt kommer vi att presentera modellanpassningen av Schniepers metod och DFM till två av Länsförsäkringars sjuk- och olycksfallsprodukter, se avsnitt 3.1.

5.1 Modellanpassning Schnieper

Schniepers metod går att anpassa både på utvecklingstrianglar över känd skadekostnad och utvecklingstrianglar över utbetalt. Skattningar baserade på utvecklingstrianglar över känd skadekostnad är i allmänhet att föredra framför utbetalningstrianglar, eftersom de också tar hänsyn till den information som finns i den kända reserven. Förutsättningarna är att skadereglerarnas rutiner för reservberäkningar är tillräckligt konsistenta över tiden. För Schniepers metod kommer vi i denna studie att använda utvecklingstrianglar över känd skadekostnad. Anledningen till att vi väljer känd skadekostnad är dels skälen ovan men även det faktum att Schniepers metod bygger på skade- och registreringsdatum för skadan. En första betalning kan ske långt efter det att skadan anmäls och registreras. I ett sådant fall skulle den första betalningen ge nollbidrag till IBNYR och i sin helhet hamna som IBNER. Fördelarna med att få uppdelningen mellan IBNYR och IBNER blir då mindre.

5.1.1 Prod1

Vid anpassning av Schniepers metod skapas först C-triangeln som visar utvecklingen av känd skadekostnad. Av sekretesskäl anges beloppen i en okänd valuta och vissa utvecklingsår har tagits bort ur tabellen.

<i>Skadeår</i>	<i>Utvecklingsår</i>					
	1	2	3	...	$m - 1$	m
1	3 015	7 443	7 443	...	5 938	5 938
2	9 828	22 107	17 016	...	16 348	
3	33 511	39 003	26 099	...		
⋮	⋮	⋮	⋮			
$m - 2$	2 347 013	2 992 828	3 400 735			
$m - 1$	2 891 169	3 668 619				
m	3 066 149					

Tabell 6: C-triangel för Prod1.

Storleksordningen på talen i tabell 6 ökar kraftigt från skadeår 1 till skadeår m . Detta beror på att affären vuxit betydligt under dessa år. Vi beräknar även D-triangeln och N-triangeln. D-triangeln visar utvecklingen av känd skadekostnad för de skador som redan var kända vid utvecklingsårets början och N-triangeln visar utvecklingen av känd skadekostnad för skador som var okända vid utvecklingsårets början.

<i>Skadeår</i>	<i>Utvecklingsår</i>					
	1	2	3	...	$m - 1$	m
1	0	968	0	...	0	0
2	0	-344	-5 104	...	0	
3	0	-935	-12 904	...		
⋮	⋮	⋮	⋮			
$m - 2$	0	210 103	304 785			
$m - 1$	0	220 453				
m	0					

Tabell 7: D-triangel för Prod1.

<i>Skadeår</i>	<i>Utvecklingsår</i>					
	1	2	3	...	$m - 1$	m
1	3 015	3 460	0	...	0	0
2	9 828	12 623	13	...	0	
3	33 511	6 427	0	...		
⋮	⋮	⋮	⋮			
$m - 2$	2 347 013	435 713	103 122			
$m - 1$	2 891 169	556 9987				
m	3 066 149					

Tabell 8: N-triangel för Prod1.

Observera att första kolumnen i C-triangeln och första kolumnen i N-triangeln är densamma samt att första kolumnen i D-triangeln är noll per definition.

Ur D- och N-triangeln skattas nu δ - och λ -faktorerna. Nedan redovisas de individuellt skattade faktorerna för δ och λ för produkten Prod1.

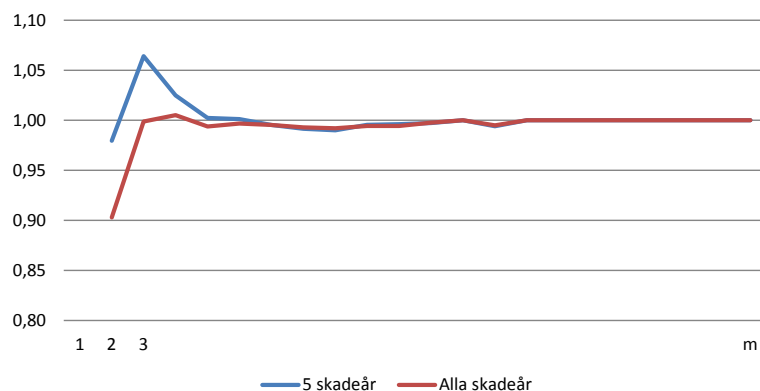
<i>Skadeår</i>	<i>Utvecklingsår</i>						
	2	3	4	...	$m-2$	$m-1$	m
1	1,321	1,000	1,000	...	1,000	1,000	1,000
2	0,965	0,769	0,907	...	1,000	1,000	
3	0,972	0,669	0,992	...	1,000		
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮			
$m-4$	0,870	1,061	1,046	...			
$m-3$	0,914	1,107	1,024				
$m-2$	1,090	1,102					
$m-1$	1,076						
m							

Tabell 9: Individuellt skattade $\hat{\delta}$ -faktorer för Prod1.

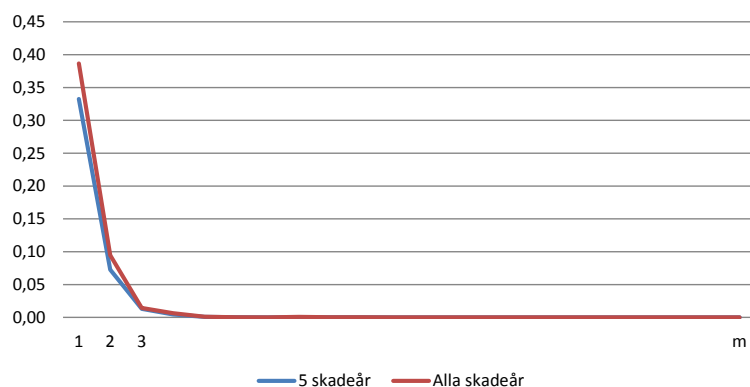
<i>Skadeår</i>	<i>Utvecklingsår</i>							
	1	2	3	4	...	$m-2$	$m-1$	m
1	0,052	0,059	0,000	0,000	...	0,000	0,000	0,000
2	0,130	0,167	0,000	0,000	...	0,000	0,000	
3	0,344	0,066	0,000	0,000	...	0,000		
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮			
$m-4$	0,387	0,099	0,012	0,004	...			
$m-3$	0,344	0,056	0,011	0,002				
$m-2$	0,334	0,062	0,015					
$m-1$	0,342	0,066						
m	0,294							

Tabell 10: Individuellt skattade $\hat{\lambda}$ -faktorer för Prod1.

I enlighet med (A2) i avsnitt 4.2 är inte δ definerad för $j = 1$ och finns därför inte heller redovisad i tabell 9. I beräkningen av λ - och δ -faktorerna behöver ett val göras om hur många kalenderår som faktorerna ska baseras på. Valet av antal kalenderår är en avvägning mellan att ha ett bra statistiskt underlag och ett aktuellt sådant. Nedan följer diagram över δ - och λ -faktorerna då de är skattade baserade på de fem senaste observationerna respektive samtliga observationer.



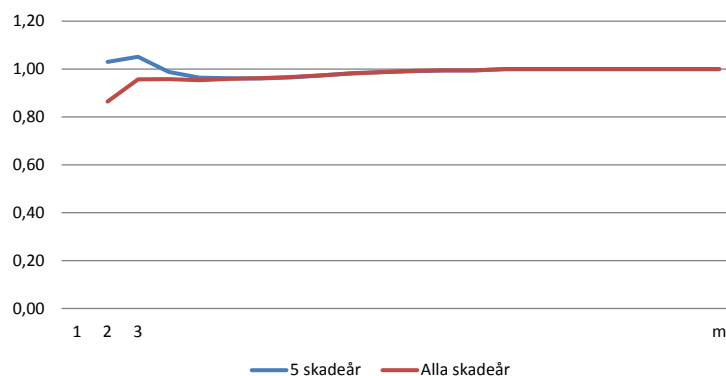
Figur 1: δ -faktorerna baserade på 5 respektive alla observationer.



Figur 2: λ -faktorerna baserade på 5 respektive alla observationer.

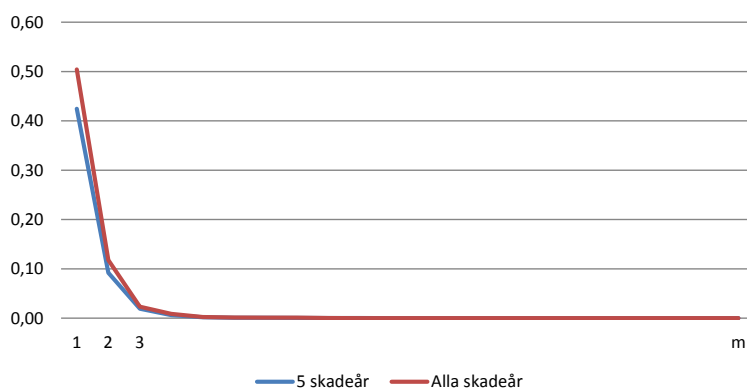
Det finns förstås ingenting som säger att det endast är jämförelsen mellan 5 och alla observationer som är intressant. Valet står mellan stabilitet å ena sidan och aktuellt data å den andra sidan. Den optimala kompromissen mellan dessa två viktiga parametrar kan vara att ta med $1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots, m-1$ eller de m senaste observationerna i skattningarna. I denna rapport begränsar vi oss till att jämföra två val mot varandra och för Prod1 stod de två valen mellan 5 eller alla faktorer. I ett tidigare skede har fler möjligheter undersökts.

För att enklare kunna dra slutsatser om hur många observationer vi ska använda i skattningen av faktorerna kan vi även studera fördröjningsfaktorer för δ -faktorerna. Till exempel skulle förändringsfaktorvärdet 1,5 betyda att den kända skadekostnaden behöver ökas med 150 % för att få ultimo för de kända skadorna. Nedanstående diagram visar fördröjningsfaktorerna för de skattade δ -faktorerna baserade på de senaste 5 observationerna respektive alla observationer.



Figur 3: Fördröjningsfaktorerna för δ -faktorerna baserade på 5 respektive alla observationer.

Som motsvarighet till att titta på fördröjningsfaktorer för δ -faktorerna så kan vi studera ”summa λ ” för λ -faktorerna. ”Summa λ ” är summan av alla λ -faktorer för de återstående utvecklingsperioderna och visar förväntad återstående okänd skadekostnad som en andel av premien. Till exempel skulle värdet 0,5 betyda att vi förväntar oss att det i framtiden kommer rapporteras in okända skador som tillsammans kommer bidra med en skadekostnad på 50 % av premien. Nedanstående diagram visar ”summa λ ” för de skattade λ -faktorerna baserade på de senaste 5 observationerna respektive alla observationer.

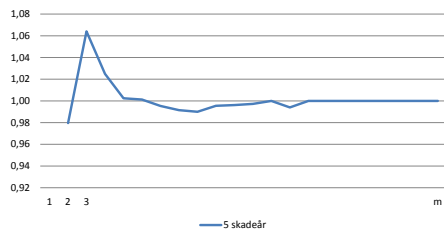


Figur 4: ”Summa λ ” för λ -faktorerna baserade på 5 respektive alla observationer.

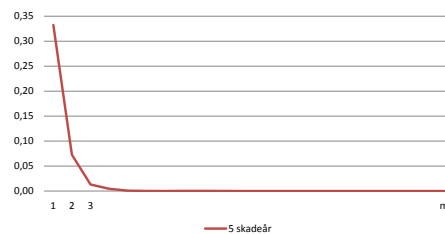
Om datamaterialet är omfattande och antalet skadeår är många, är det ej att föredra att använda samtliga kalenderår som grund för skattning av faktorerna, eftersom metoden då inte baseras på aktuellt data. Detta gäller speciellt när det finns trender i data, då dessa skulle bromsas om fler observationer än nödvändigt används. En uppåtgående trend som bromsas kan

leda till underreservering och negativa avvecklingsresultat. Omvänt gäller för nedåtgående trender. Samtidigt är det viktigt att få stabilitet i faktorerna så att inte enskilda extrema observationer (outliers) får för stor påverkan. För produkten Prod1 fann vi i denna studie att faktorer baserade på 5 observationer fungerar bra både för δ - och λ -faktorerna. För δ kan vi, både ur diagrammen ovan samt ur de individuella faktorerna, urskilja en trend för ökande faktorer för de första utvecklingsåren. För λ -faktorerna är en trend inte lika tydlig men det finns en tendens till minskande faktorer för de tidiga utvecklingsåren. Affären har vuxit kraftigt sedan starten och har utvecklats under denna tillväxt vilket också talar för att använda få observationer. Vi väljer därför att basera skattningarna på de 5 senaste observationerna.

De valda faktorerna för δ och λ redovisas i diagrammen nedan.

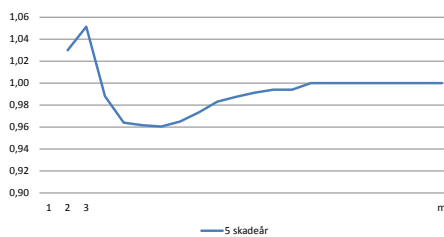


Figur 5: δ -faktorer baserade på de senaste fem observationerna.

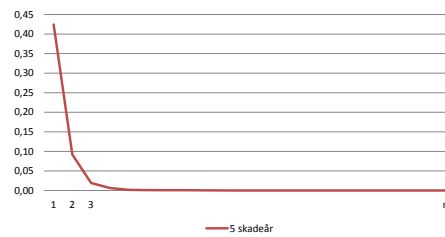


Figur 6: λ -faktorer baserade på de senaste fem observationerna.

Motsvarande diagram fast för "summa λ " och fördröjningsfaktorerna för δ -faktorerna:



Figur 7: Fördröjningsfaktor δ .



Figur 8: "Summa λ ".

5.1.2 Prod2

Prod2 är en mer långsvansad produkt än Prod1. För Prod2 bedöms inget av skadeåren bakåt i tiden vara helt slutreglerat. I tabell 11 redovisas C-triangeln (utvecklingstringeln över känd skadekostnad) för Prod2.

<i>Skadeår</i>	<i>Utvecklingsår</i>					
	1	2	3	...	$m - 1$	m
1	1 193 065	2 496 868	2 880 113	...	6 543 453	6 552 353
2	3 834 761	5 252 706	5 868 265	...	8 827 695	
3	4 288 564	6 023 207	8 225 076	...		
⋮	⋮	⋮	⋮			
$m - 2$	11 117 849	16 731 210	19 915 622			
$m - 1$	11 966 033	16 914 243				
m	12 370 003					

Tabell 11: C-triangel för Prod2.

Liksom för Prod1 så har affären vuxit betydligt från skadeår 1 till m . Vi beräknar även D-triangeln och N-triangeln som redovisas i tabell 12 respektive tabell 13.

<i>Skadeår</i>	<i>Utvecklingsår</i>					
	1	2	3	...	$m - 1$	m
1	0	125 356	129 977	...	-271 569	8 794
2	0	176 918	-71 845	...	-70 727	
3	0	-114 356	1 277 944	...		
⋮	⋮	⋮	⋮			
$m - 2$	0	1 792 619	1 472 501			
$m - 1$	0	1 068 286				
m	0					

Tabell 12: D-triangel för Prod2.

<i>Skadeår</i>	<i>Utvecklingsår</i>					
	1	2	3	...	$m-1$	m
1	1 193 065	1 178 447	253 267	...	5 901	106
2	3 834 761	1 241 027	687 403	...	5 155	
3	4 288 564	1 848 998	923 925	...		
⋮	⋮	⋮	⋮			
$m-2$	11 117 849	3 820 742	1 711 911			
$m-1$	11 966 033	3 879 923				
m	12 370 003					

Tabell 13: N-triangel för Prod2.

Likt förfarandet för Prod1 skattas nu δ - och λ -faktorerna ur D- och N-triangeln. Nedan redovisas de individuellt skattade faktorerna för δ och λ .

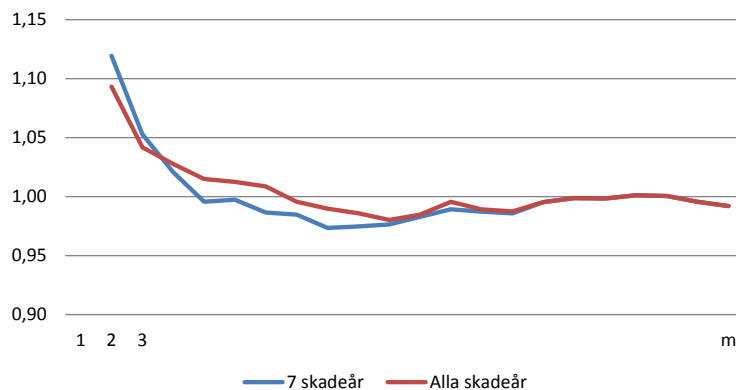
<i>Skadeår</i>	<i>Utvecklingsår</i>						
	2	3	4	...	$m-2$	$m-1$	m
1	1,105	1,052	1,010	...	0,940	0,960	1,001
2	1,046	0,986	1,076	...	0,994	0,992	
3	0,973	1,212	1,052	...	0,996		
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮			
$m-4$	1,154	1,083	1,025	...			
$m-3$	1,127	1,075	1,028				
$m-2$	1,161	1,088					
$m-1$	1,089						
m							

Tabell 14: Individuellt skattade $\hat{\delta}$ -faktorer för Prod2.

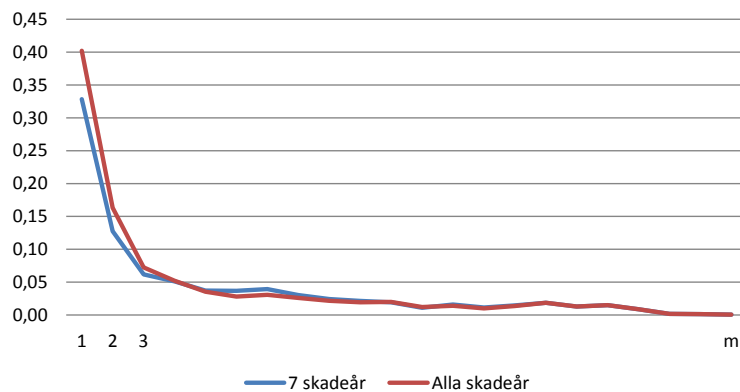
Skadeår	Utvecklingsår							
	1	2	3	4	...	$m-2$	$m-1$	m
1	0,157	0,155	0,033	0,034	...	0,025	0,001	0,000
2	0,462	0,149	0,083	0,055	...	0,001	0,001	
3	0,472	0,204	0,102	0,044	...	0,001		
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮			
$m-4$	0,289	0,116	0,065	0,028	...			
$m-3$	0,346	0,116	0,057	0,052				
$m-2$	0,310	0,106	0,048					
$m-1$	0,325	0,105						
m	0,330							

Tabell 15: Individuellt skattade $\hat{\lambda}$ -faktorer för Prod2.

I beräkningen av λ - och δ -faktorerna behöver vi välja hur många kalenderår som faktorerna ska baseras på. Vid undersökningar av de individuella λ - och δ -faktorerna gör vi bedömningen att båda faktorerna har haft en nedåtgående trend de senaste åren. Dock är detta extra tydligt för δ . Detta syns även i figur 9 och 10 som visar δ - och λ -faktorerna baserade på de sju senaste observationerna samt alla observationer.

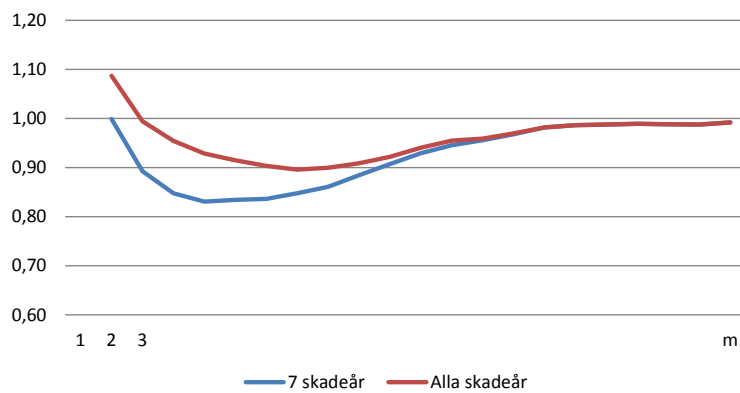


Figur 9: δ -faktorerna baserade på 7 observationer respektive samtliga observationer.

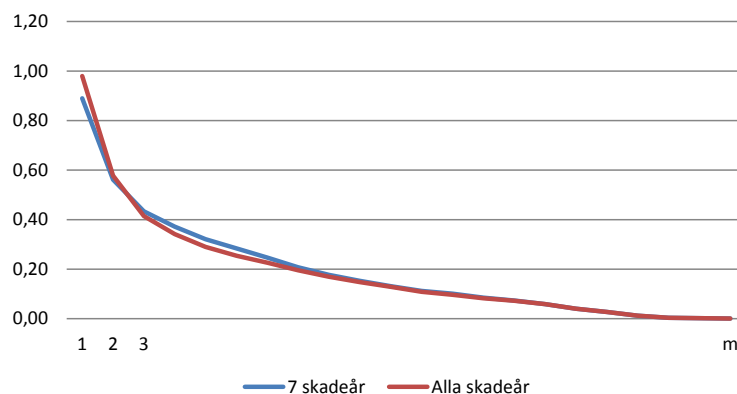


Figur 10: λ -faktorerna baserade på 7 observationer respektive samtliga observationer.

För δ -faktorerna skattas de första tre utvecklingsåren högre när faktorerna baseras på de senaste sju observationerna men för resterade utvecklingsår gäller det omvända. λ -faktorerna baserade på de sju senaste observationerna skattas lägre än de baserade på samtliga observationer för merparten av utvecklingsåren. Vi studerar även fördröjningsfaktorerna för δ i figur 11 och ”summa λ ” för λ i figur 12.



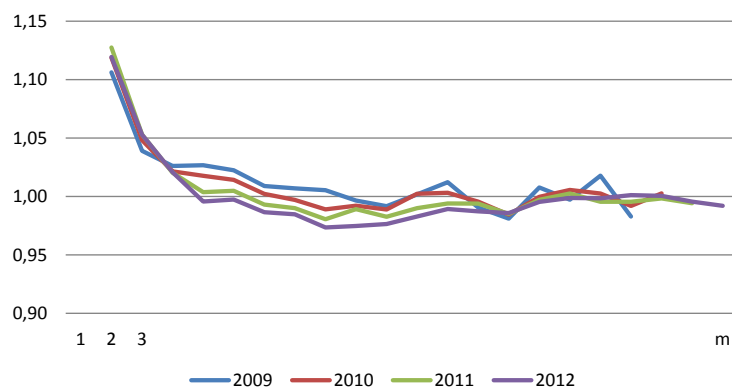
Figur 11: Fördröjningsfaktorerna för δ baserade på 7 observationer respektive samtliga observationer.



Figur 12: "Summa λ " för λ baserade på 7 observationer respektive samtliga observationer.

Trenden syns tydligt för δ -faktorerna medan det inte är lika tydligt för λ -faktorerna. Det finns förstås ingenting som säger att det endast är jämförelsen över utvecklingsfaktorerna baserade på de senaste 7 observationerna som är intressant. Valet står här mellan stabilitet å ena sidan och aktuellt data å andra sidan. I denna rapport begränsar vi oss till att jämföra två val mot varandra och för Prod2 väljer vi att använda de 7 senaste observationerna eller alla observationer. I ett tidigare skede har fler möjligheter undersökts.

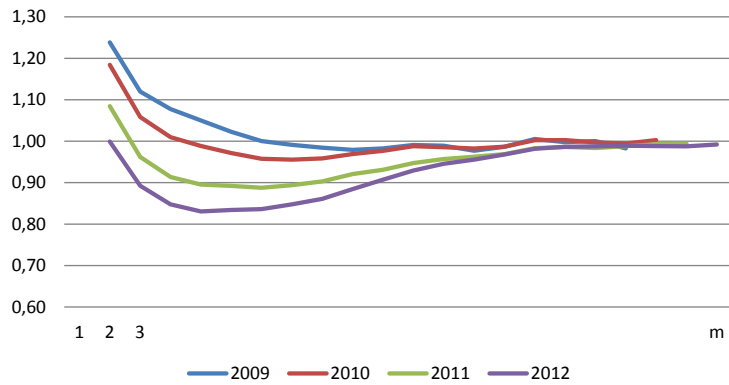
För att analysera trenden ytterligare studerar vi i figur 13 diagram över de skattade δ -faktorerna som de hade sett ut baserade på de 7 senaste observationerna för bokslutsåren 2009, 2010, 2011 och 2012.



Figur 13: δ -faktorerna för bokslutsåren 2009, 2010, 2011 och 2012, baserade på 7 observationer.

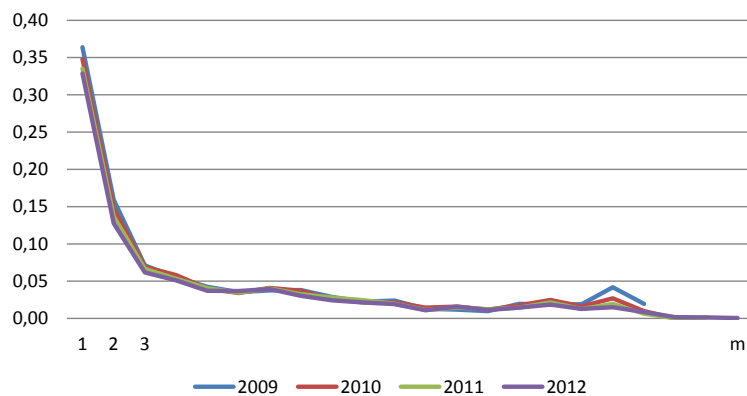
Vi ser en tydlig trend som kan urskiljas ännu tydligare då fördröjnings-

faktorerna studeras. Figur 14 visar diagram över fördröjningsfaktorerna för de skattade δ -faktorerna baserade på de senaste 7 observationerna för bokslutsåren 2009, 2010, 2011 och 2012.



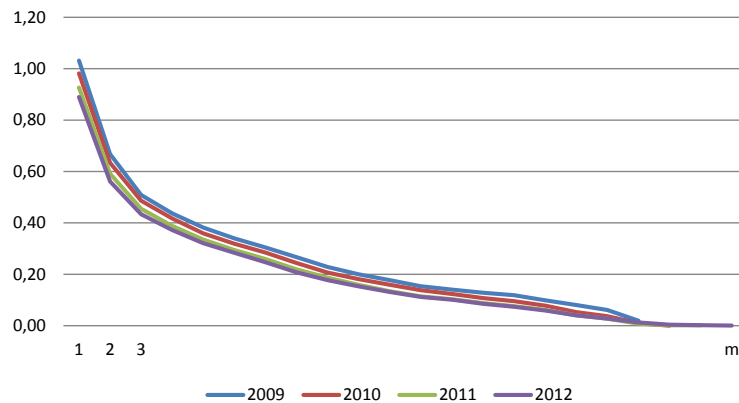
Figur 14: Fördröjningsfaktorerna för δ och bokslutsåren 2009, 2010, 2011 och 2012, baserade på 7 observationer.

I figur 15 visas diagram över de skattade λ -faktorerna som de hade sett ut baserade på de 7 senaste observationerna för boksluten 2009, 2010, 2011 och 2012.



Figur 15: λ -faktorerna för bokslutsåren 2009, 2010, 2011 och 2012, baserade på 7 observationer.

Tabell 16 visar ”summa λ ” för de skattade λ -faktorerna baserade på de senaste 7 observationerna för bokslutsåren 2009, 2010, 2011 och 2012.

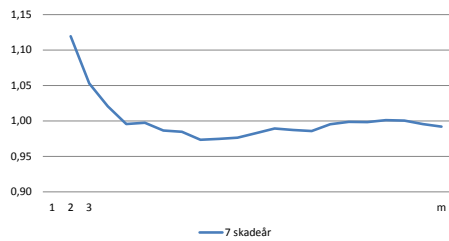


Figur 16: ”Summa λ ” för bokslutsåren 2009, 2010, 2011 och 2012, baserade på 7 observationer.

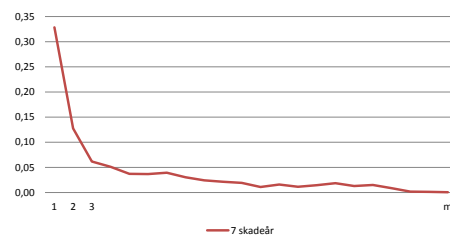
Diagrammen visar både för λ och för δ att faktorerna i bokslutet år 2009 skattas högre än i bokslutet år 2010. Faktorerna i bokslutet 2010 skattas i sin tur högre än faktorerna i bokslutet år 2011 och lägst skattas faktorerna i bokslutet år 2012. Den nedåtgående trenden är tydligast för δ .

En sådan tydlig trend som vi kan se främst för δ men även för λ är en anledning att basera faktorerna på så få observationer som möjligt. Samtidigt vill vi att skattningarna ska vara stabila. En närmare analys av de individuella λ -skattningarna visar att de är relativt volatila. Balansgången blir att hitta tillräckligt många observationer så att faktorerna blir stabila men ändå inte baseras på inaktuellt data. Med detta i åtanke och studerande av trender samt de individuella faktorerna beslutar vi att använda oss av 7 observationer i skattningen av λ -faktorerna. Vid analys av δ ser den negativa trenden tydligare ut än för λ . Detta skulle vara ett argument för att använda färre observationer som grund för skattningarna av faktorerna. Dock är det ej önskvärt att använda olika antal observationer i skattningarna av λ och δ . En anledning till detta är att vi vill kunna utvärdera metoden mot DFM. DFM använder sig endast av en faktor och för att få en så renodlad jämförelse som möjligt bör λ - och δ -faktorerna baseras på lika många observationer. I denna studie använder vi oss därför av de senaste 7 observationerna i skattningen av både λ - och δ -faktorerna. Om analysen skulle genomföras kontinuerligt skulle avsteg från detta kunna behöva göras, exempelvis då utvecklingsfaktorerna förändras över tiden eller en pågående trend planar ut eller vänder.

De skattade faktorerna för δ och λ redovisas i figur 17 och 18.

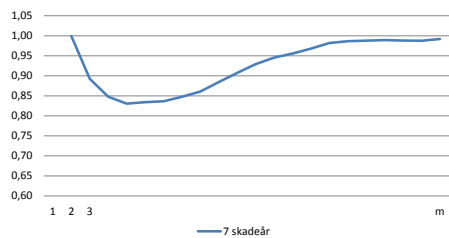


Figur 17: δ -faktorer baserade på de senaste sju observationerna.

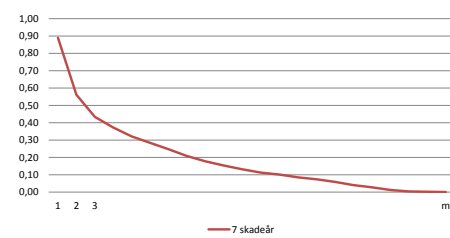


Figur 18: λ -faktorer baserade på de senaste sju observationerna.

Figur 19 och 20 visar motsvarande diagram fast för fördröjningsfaktorerna för δ och ”summa λ ”.



Figur 19: Fördröjningsfaktorerna δ .



Figur 20: ”Summa λ ”.

När vi studerar N- och D-triangeln samt de individuella λ - och δ -faktorerna ser vi att δ -faktorerna ser ut att gå mot 1 ett antal utvecklingsår innan utvecklingsår m . Detta är dock inte fallet för λ som bedöms vara mer långsvansad än m utvecklingsår. Konsekvensen blir att vi behöver skatta en svans för λ -faktorn. Svansskattningen berörs i avsnitt 6.1.2.

5.2 Modellanpassning DFM

DFM (Development Factor Methods) arbetar med en faktor (f) till skillnad från Schnieper där vi används oss av två (δ -faktorer och λ -faktorer). Analysen görs på en kumulativ triangel över känd skadekostnad motsvarande C-triangeln i Schniepers metod, se tabell 6 för Prod1 och tabell 11 för Prod2. Vi är ute efter en så renodlad metodjämförelse som möjligt. Analysen görs därför enbart på trianglar över känd skadekostnad, eftersom det är på trianglar över känd skadekostnad som Schniepers metod appliceras. För motivering av valet av känd skadekostnad framför utbetalt för Schniepers metod, se avsnitt 5.1.

5.2.1 Prod1

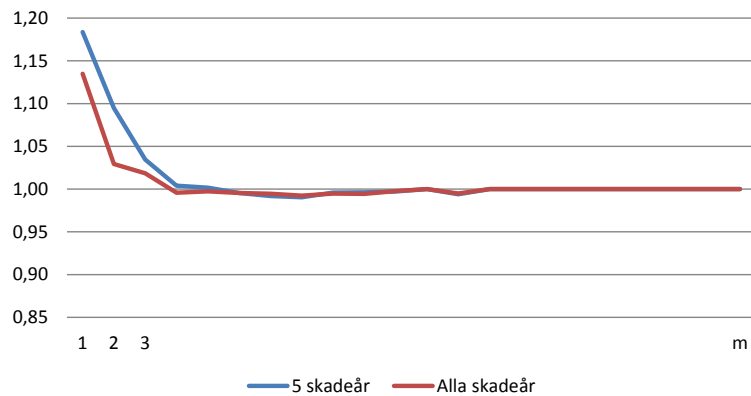
I analysen av Prod1 med DFM så startar vi med utvecklingstriangeln i tabell 6. Ur den kan vi skatta utvecklingsfaktorer (f_1, f_2, \dots, f_m) . För Schniepers λ - och δ -faktorer studerade vi först de individuella faktorerna. För utvecklingsfaktorerna i DFM kan vi göra detsamma, och på så sätt upptäcka eventuella trender eller extrema observationer. I tabell 16 följer de individuella utvecklingsfaktorerna för Prod1.

Skadeår	Utvecklingsår							
	1	2	3	4	...	$m-2$	$m-1$	m
1	2,469	1,000	1,000	0,798	...	1,000	1,000	1,000
2	2,249	0,770	0,907	1,038	...	1,000	1,000	
3	1,164	0,669	0,992	0,930	...	1,000		
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮			
$m-4$	1,081	1,021	1,030	1,012	...			
$m-3$	1,127	1,085	1,055	1,011				
$m-2$	1,076	1,135	1,028					
$m-1$	1,275	1,136						
m	1,269							

Tabell 16: Individuellt skattade faktorer för Prod1 med DFM.

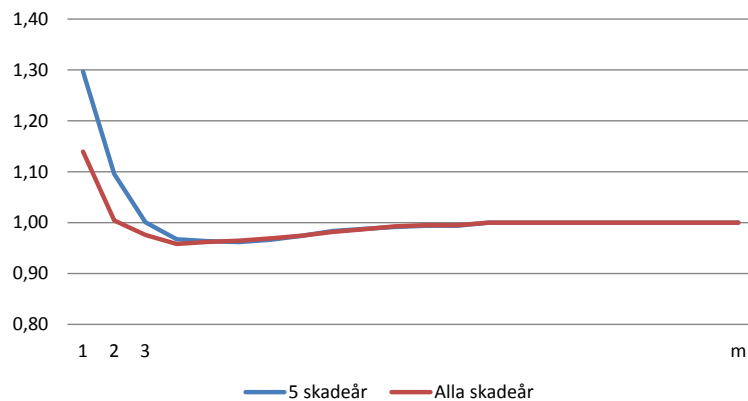
Problematiken med hur många skadeår som skattningarna av utvecklingsfaktorerna ska baseras på återkommer här, precis som för Schniepers metod. Vi är ute efter en så renodlad metodjämförelse som möjligt och i modellanpassningen av DFM väljer vi därför att endast jämföra de val som var aktuella i modellanpassningen av Schniepers metod.

I figur 21 redovisas ett diagram över utvecklingsfaktorerna då de är skattade baserade på de 5 senaste observationerna respektive samtliga observationer. Valet av att jämföra just de senaste 5 observationerna med alla observationer för Prod1 med Schniepers metod och därmed även för DFM, berörs i avsnitt 5.1.1.



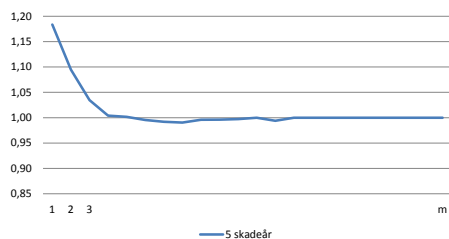
Figur 21: Utvecklingsfaktorer baserade på de senaste 5 observationerna respektive alla observationer.

Likt förfarandet för δ -faktorerna i Schniepers metod studerar vi även så kallade fördröjningsfaktorer för utvecklingsfaktorerna. Detta för att enklare kunna dra slutsatser om hur många observationer vi ska använda i skattningen av utvecklingsfaktorerna. Figur 22 visar ett diagram över fördröjningsfaktorerna för de skattade utvecklingsfaktorerna baserade på de senaste 5 observationerna respektive alla observationer.

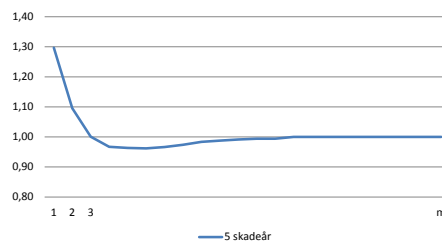


Figur 22: Fördröjningsfaktorer baserade på de senaste 5 observationerna respektive alla observationer.

Precis som för Schniepers metod anpassad till Prod1 väljer vi de senaste 5 observationerna att basera skattningarna på. Detta då en viss trend på ökande utvecklingsfaktorer bedöms finnas för de första utvecklingsåren. De senaste 5 observationerna är då föredra framför alla observationer. De valda utvecklingsfaktorerna redovisas i figur 23 och motsvarande fördröjningsfaktorer i figur 24.



Figur 23: Utvecklingsfaktorer



Figur 24: Fördröjningsfaktorer

5.2.2 Prod2

Vi börjar, precis som för övriga analyser, med att studera triangeln över känd skadekostnad, se tabell 11. Innan vi skattar utvecklingsfaktorer (f_1, f_2, \dots, f_m) ur triangeln studerar vi de individuella faktorerna för utvecklingsfaktorerna. I tabell 17 redovisas de individuella utvecklingsfaktorerna för Prod2.

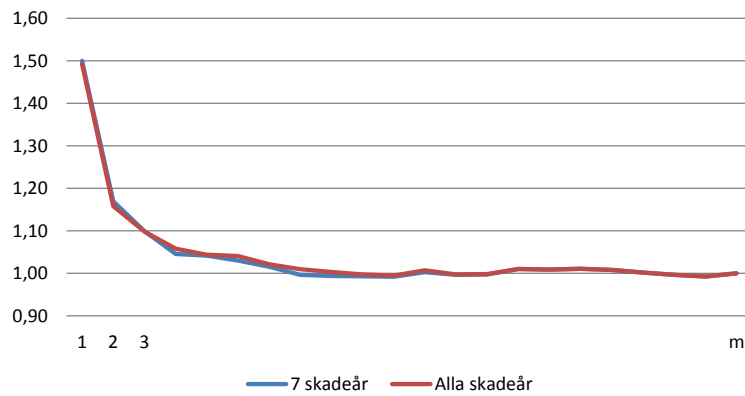
Skadeår	Utvecklingsår							
	1	2	3	4	...	$m-2$	$m-1$	m
1	2,093	1,153	1,099	1,164	...	0,967	0,961	1,001
2	1,370	1,117	1,154	1,074	...	0,996	0,993	
3	1,404	1,366	1,100	1,025	...	0,997		
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮			
$m-4$	1,579	1,185	1,136	1,037	...			
$m-3$	1,556	1,229	1,075	1,049				
$m-2$	1,463	1,187	1,113					
$m-1$	1,505	1,190						
m	1,414							

Tabell 17: Individuellt skattade faktorer för Prod2 med DFM.

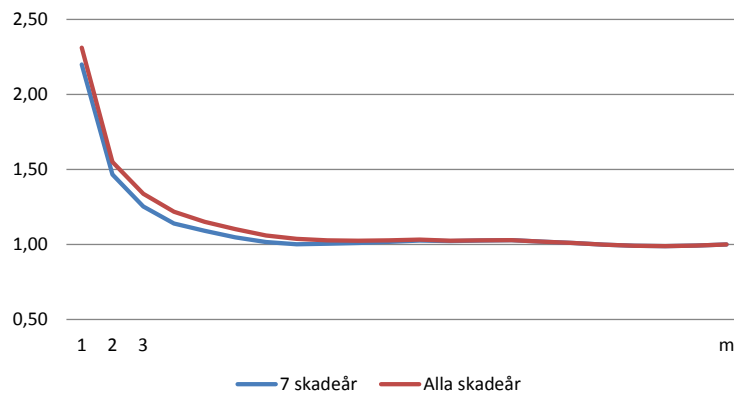
Vid en studie av de individuella faktorerna i tabell 17 syns en nedåtgående trend som även uppmärksammats när Schniepers metod anpassades. Med det i åtanke ska vi nu välja hur många observationer som ska ligga till grund för skattningarna av faktorerna. Av samma anledning som för Prod1 väljer vi att endast jämföra de val som var aktuella i modellenpassningen av Schniepers metod. För Prod2 innebär det att vi kommer jämföra de senaste 7 observationerna med samtliga observationer. För motivering av jämförelsen mellan 7 och samtliga observationer, se avsnitt 5.1.2.

I figur 25 och figur 26 följer diagram över utvecklingsfaktorerna då de är

skattade baserade på de 7 senaste observationerna respektive samtliga observationer samt över motsvarande fördröjningsfaktorer.

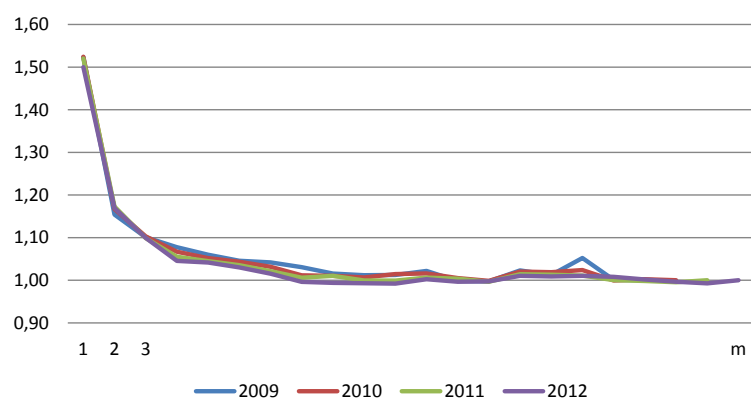


Figur 25: Utvecklingsfaktorer baserade på de senaste 7 observationerna respektive alla observationer.

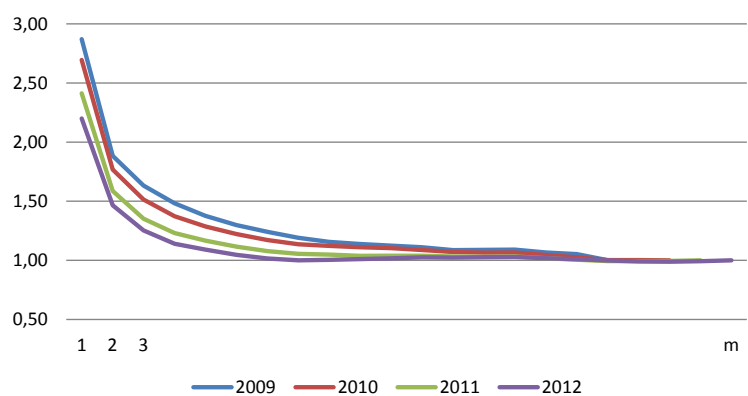


Figur 26: Fördröjningsfaktorer baserade på de senaste 7 observationerna respektive alla observationer.

Vi kan i figur 26 se att fördröjningsfaktorerna baserade på observationer från alla skadeår ligger högre än om vi endast använder observationer från de senaste 7 skadeåren. Den nedåtgående trenden åskådligörs ytterligare när de skattade utvecklingsfaktorerna för bokslutsåren 2009, 2010, 2011 och 2012 studeras i figur 27 och fördröjningsfaktorerna för detsamma i figur 28.

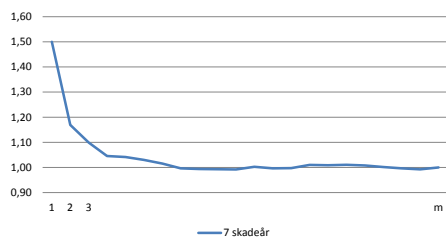


Figur 27: Utvecklingsfaktorer baserade på de senaste 7 observationerna för bokslutsåren 2009, 2010, 2011 och 2012.

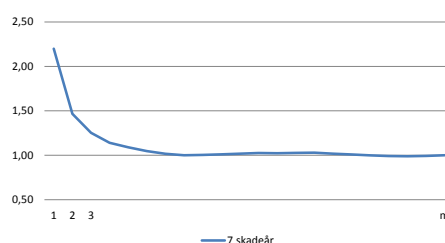


Figur 28: Fördröjningsfaktorer baserade på de senaste 7 observationerna för bokslutsåren 2009, 2010, 2011 och 2012.

Trenden talar för att använda så få observationer som möjligt vid beräkningen av utvecklingsfaktorerna. Vi väljer, precis som för Schniepers metod, att använda de senaste 7 observationerna att basera skattningarna på. De valda utvecklingsfaktorerna redovisas i figur 29 och motsvarande fördröjningsfaktorer i figur 30.



Figur 29: Utvecklingsfaktorer



Figur 30: Fördröjningsfaktorer

Till skillnad från Schniepers metod bedömer vi inte, vid analys med DFM, att Prod2 behöver en svansskattning. Vid analys av de senaste utvecklingsåren ser vi tendenser till att faktorerna fluktuerar kring 1. I tabell 18 redovisas en triangel över de åtta första skadeåren och de åtta sista utvecklingsåren. De tidiga skadeåren bedöms inte i sin helhet vara slutreglerade men eftersom faktorerna fluktuerar kring 1 bedömer vi det som att väntevärdet är att inget ändrar sig. Det vill säga att det bara återstår slumpmässiga fluktuationer. Detta är en betydande skillnad mellan analysen av Prod2 med Schniepers metod respektive DFM. Mer om vad det får för konsekvenser i avsnitt 7.

Skadeår	Utvecklingsår							
	$m - 7$	$m - 6$	$m - 5$	$m - 4$	$m - 3$	$m - 2$	$m - 1$	m
1	1,011	0,999	0,993	1,049	1,001	1,003	0,996	0,993
2	0,982	1,032	1,015	1,054	0,999	0,996	0,997	
3	1,028	1,032	1,023	0,979	1,002	1,008		
4	1,002	1,023	1,035	0,978	1,028			
5	0,973	1,011	0,994	1,009				
6	1,003	0,995	0,995					
7	0,988	0,993						
8	1,008							
9								

Tabell 18: Individuellt skattade faktorer för Prod2 med DFM.

6 Utjämningsfaktorerna

De skattade δ - och λ -faktorerna i Schniepers modell samt de skattade f -faktorerna i DFM kan behöva utjämnas för att undvika oönskad volatilitet i faktorerna. I detta avsnitt diskuteras utjämningsfaktorerna för respektive modell och produkt.

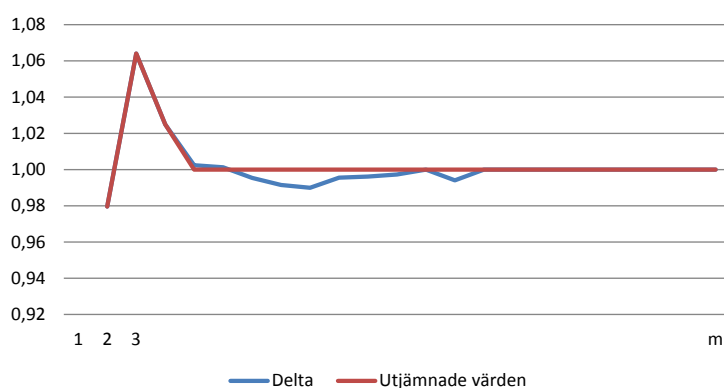
6.1 Utjämnning av faktorer i Schniepers metod

Då man använder utvecklingstrianglar över känd skadekostnad så är inte utjämnning med en regressionskurva aktuell, däremot kan det vara lämpligt att sätta Schniepers utvecklingsfaktorer för δ till 1 från och med något utvecklingsår. Kriteriet är att utvecklingsfaktorerna börjar variera slumpmässigt kring 1. Vi undersöker även om Schniepers utvecklingsfaktorer för λ kan sättas till 0 från och med något utvecklingsår. Här kan ingen generell rekommendation ges, eftersom skillnader mellan produkter finns, varför valet måste uppdateras vid varje analys. Även användning av splineutjämnning, se avsnitt 4.5, kan vara aktuell.

6.1.1 Prod1

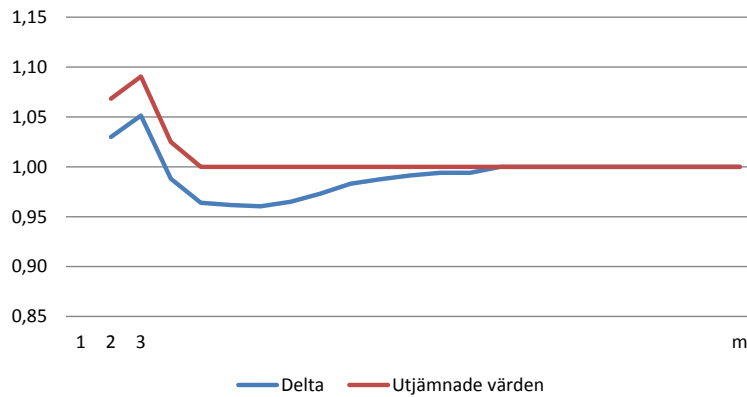
Produkten Prod1 är relativt kortsvarad. De äldsta årgångarna i datamaterialet bedöms vara slutreglerade.

För utjämnningen av δ undersöks möjligheten att sätta δ -faktorerna till 1 från något utvecklingsår. Figur 31 visar de skattade δ -faktorerna med Schniepers metod och utjämnade δ -faktorer som är densamma som Schniepers metod för de första tre observationerna men sedan satta till 1.



Figur 31: Utjämnade δ -faktorer samt skattade δ -faktorer.

För att enklare kunna dra slutsatser om vilka faktorer vi ska använda studerar vi även fördröjningsfaktorerna i figur 32.



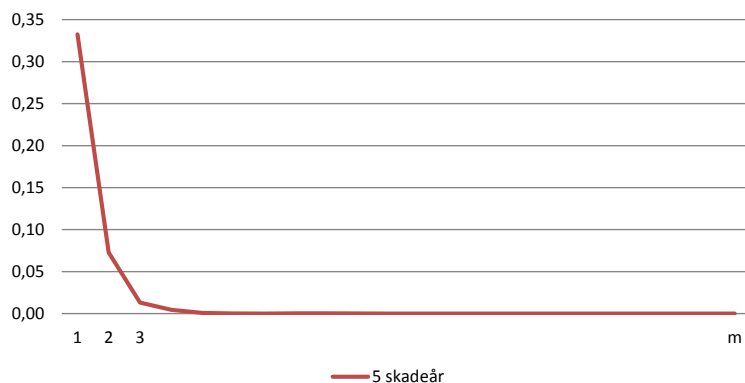
Figur 32: Fördröjningsfaktorer av de utjämnade δ -faktorerna samt de skattade δ -faktorerna.

Fördröjningsfaktorerna visar att de utjämnade δ -skattningarna ger en högre slutgiltig skadekostnad. När vi studerar de individuella faktorerna för respektive skadeår så finns en tendens till högre δ -faktorer på senare år. Detta är speciellt tydligt för de två senaste diagonalerna och de tidiga utvecklingsåren vilket skapar osäkerhet. Vi ser även att faktorerna fluktuerar kring 1 för utvecklingsår 5 och senare. I tabell 19 redovisas de individuellt skattade δ -faktorerna för de tio första utvecklingsåren och de sex senaste bokslutsåren. Med anledning av skälen nämnda ovan väljer vi i den här studien att sätta δ -faktorerna till 1 från utvecklingsfaktor 5 och framåt.

Skadeår	Utvecklingsår									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$m - 14$										0,976
$m - 13$									0,982	1,004
$m - 12$								1,006	1,001	0,978
$m - 11$							1,001	0,993	0,979	0,998
$m - 10$						1,000	0,992	0,950	0,998	1,002
$m - 9$					1,002	0,991	0,963	1,000	1,000	1,000
$m - 8$				1,006	0,999	0,982	1,001	1,001	0,998	
$m - 7$			0,990	0,985	1,019	1,000	0,993	0,997		
$m - 6$		0,877	1,002	0,994	0,984	1,002	0,998			
$m - 5$	0,788	1,007	1,028	1,004	1,004	0,997				
$m - 4$	0,833	0,994	1,013	1,007	1,002					
$m - 3$	0,870	1,061	1,046	1,010						
$m - 2$	0,914	1,107	1,024							
$m - 1$	1,090	1,102								
m	1,076									

Tabell 19: Individuellt skattade $\hat{\delta}$ -faktorer för Prod1

För utjämnningen av λ undersöks möjligheten att sätta λ -faktorerna till 0 från något utvecklingsår. Figur 33 visar de skattade λ -faktorerna med Schniepers metod.



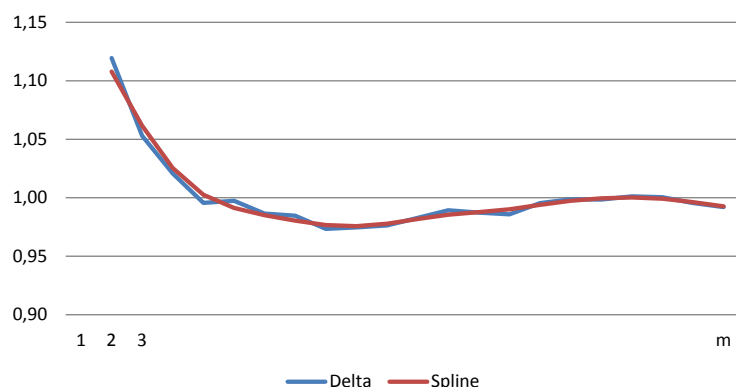
Figur 33: Skattade λ -faktorer med Schniepers metod.

Vid analys av λ -faktorerna bedömer vi i denna studie att dessa inte behöver någon utjämnning. Samtliga individuella faktorer från utvecklingsår 12 och framåt är 0. Vi väljer därför att använda de skattade λ -faktorerna hela vägen.

6.1.2 Prod2

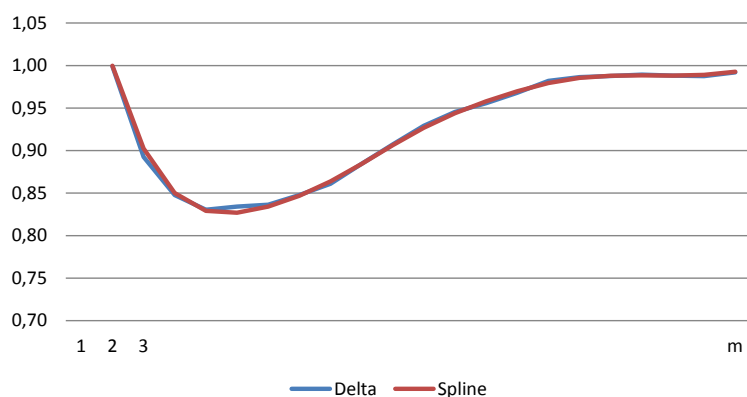
Produkten Prod2 är som tidigare angivits relativt långsvansad. Inget skadeår bedöms vara helt färdigutvecklat när Schniepers metod anpassas och λ -faktorerna bedöms behöva en svansskattning. Men vi börjar med δ -faktorerna som vi inte bedömer behöver en svans.

För utjämnningen av δ undersöks möjligheten att sätta δ -faktorerna till 1 från något utvecklingsår och/eller att splineutjämna faktorerna. För att minska volatiliteten i δ -faktorerna har vi valt att splineutjämna de observerade faktorerna för δ . Figur 34 visar de skattade δ -faktorerna med Schniepers metod och de splineutjämnade δ -faktorerna av densamma.



Figur 34: Skattade δ -faktorer med Schniepers metod samt splineutjämnigen av densamma.

För att enklare kunna dra slutsatser om vilka faktorer vi ska använda studerar vi även, i figur 35, förändringsfaktorer för δ -skattningarna och splineutjämnigen av densamma.

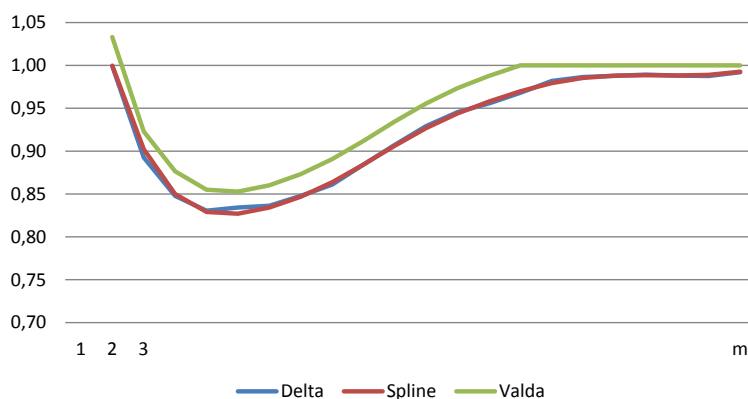


Figur 35: Fördröjningsfaktorer för δ -faktorerna och splineutjämnigen.

Fördröjningsfaktorerna visar att splineutjämnigen ger en jämnare kurva. Splineutjämnigen kan förväntas ge stabilare skattningar av faktorerna. Det finns därför fördelar med att använda oss av dessa istället för de skattade δ -faktorerna. Från utvecklingsår 15 till och med de tre sista utvecklingsåren, är de individuellt skattade utvecklingsfaktorerna ibland över och ibland under 1. Vi väljer därför att sätta δ -faktorerna till 1 redan från utvecklingsår 15. Varför vi även sätter utvecklingsfaktorerna för de tre sista utvecklingsåren till 1, trots att två av åren endast har observationer under 1, beror på att datamaterialet för dessa utvecklingsår är litet. De tre sista faktorerna i figur 34 bygger på för lite data för att kunna dra några slutsatser. Samtidigt finns en tendens att de individuella faktorerna efter utvecklingsår

14 ibland går över och ibland under 1. Vi sätter därför även de tre sista faktorerna till 1.

Vi väljer att använda Schniepers skattningar för utvecklingsår 1-3, spline-utjämnningen för faktorerna 4 till 14 och sätter faktorerna till 1 från utvecklingsår 15 och framåt. I figur 36 redovisas fördröjningsfaktorerna med det nya valet inkluderat.



Figur 36: Fördröjningsfaktorer för δ -faktorerna, splinutjämnningen och de valda faktorerna.

Det nya förslaget ser ut att ge en överskattning. Men detta beror på de tre sista faktorerna, vilka bygger på 1-3 dataobservationer. I tabell 20 redovisas de individuellt skattade utvecklingsfaktorerna för de första 5 skadeåren och de 5 sista utvecklingsåren.

Skadeår	Utvecklingsår				
	$m - 4$	$m - 3$	$m - 2$	$m - 1$	m
1	1,009	1,019	0,940	0,960	1,001
2	0,983	1,003	0,994	0,992	
3	0,998	0,995	0,996		
4	1,002	1,004			
5	1,016				

Tabell 20: Individuellt skattade faktorer för Prod2 med Schnieper.

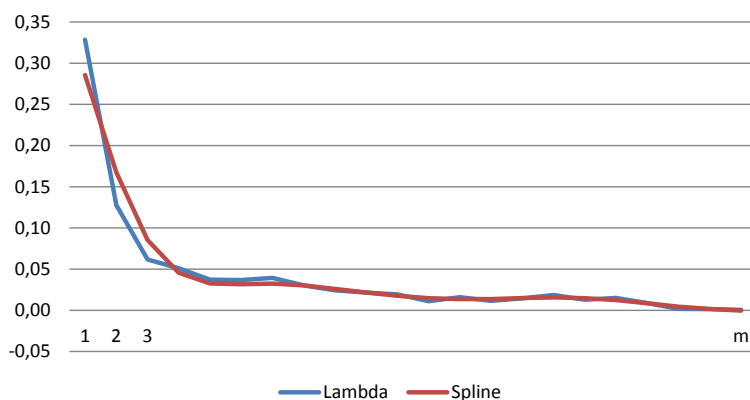
För utvecklingsfaktor $m - 3$ har vi tre av fyra observationer över 1. Det begränsade datamaterialet på utvecklingsår $m - 2$ och $m - 1$, faktumet att utvecklingsfaktor $m - 3$ har individuella faktorer både över och under 1 samt att utvecklingsfaktor m är över 1, gör att vi bedömer resultatet helt

slumpmässigt. Vi anser det därför vara motiverat att de sista utvecklingsfaktorerna sätts till 1 vilket i figur 36 kan tyckas resultera i en överskattning.

För λ -faktorerna tillhörande Prod2 bedömer vi, till skillnad från δ -faktorerna, inte något skadeår som färdigutvecklat. För λ behöver vi alltså dels fundera på utjämning av de faktorer som vi kan skatta och dels på hur vi ska anpassa en svans.

Dagens villkor för Prod2 innehåller en skrivelse om att en skadehändelse preskriberas vid en viss tidpunkt. Vilket för Schniepers metod innebär att λ skulle kunna anta värden fram till utvecklingsår $m + 8$ och därefter vara 0.

Vi undersöker hur en eventuell utjämning ska gå till och tittar på en splineutjämning av de observerade faktorerna för λ . Figur 37 visar de skattade λ -faktorerna med Schniepers metod och splineutjämningen av densamma. Faktorerna är skattade med de 7 senaste observationerna som grund. För motivering av detta se avsnitt 5.1.2.

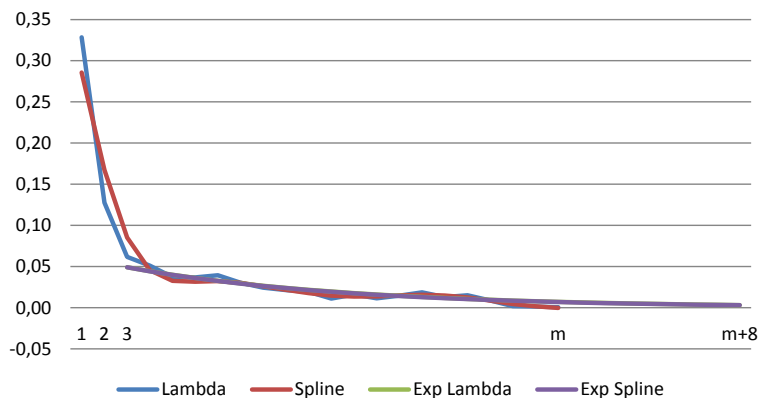


Figur 37: Skattade λ -faktorer med Schniepers metod samt splineutjämningen av densamma.

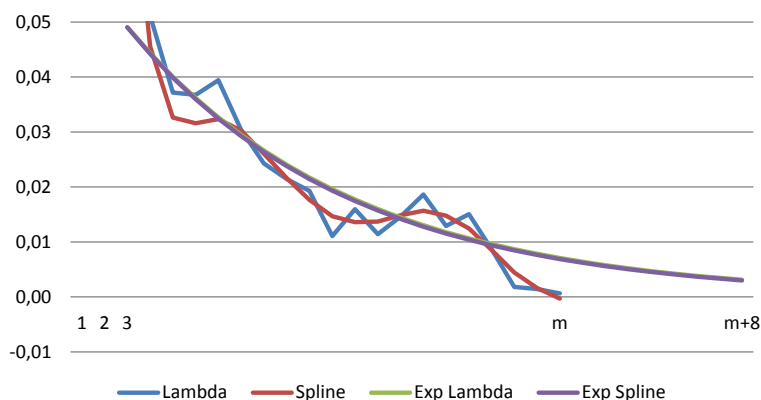
Utifrån figur 37 har vi valt att använda de skattade λ -faktorerna fram till utvecklingsperiod 4. Efter det använder vi istället de splineutjämnade λ -faktorerna då dessa ger stabilare skattningar. Det som återstår är att skatta en svans. I svansanpassningen har vi valt att göra en exponentiell utjämning (se avsnitt 4.3) av dels de skattade λ -faktorerna och dels till splineutjämningen av de skattade λ -faktorerna. I anpassningen till svansen har de två första utvecklingsåren inte tagits med, inte heller utvecklingsår med mindre än 5 observationer.

Figur 38 och figur 39 visar de skattade λ -faktorerna, de splineutjämnade λ -faktorerna och de anpassade exponentiella utvecklingarna samt en förstoring

av samma diagram.

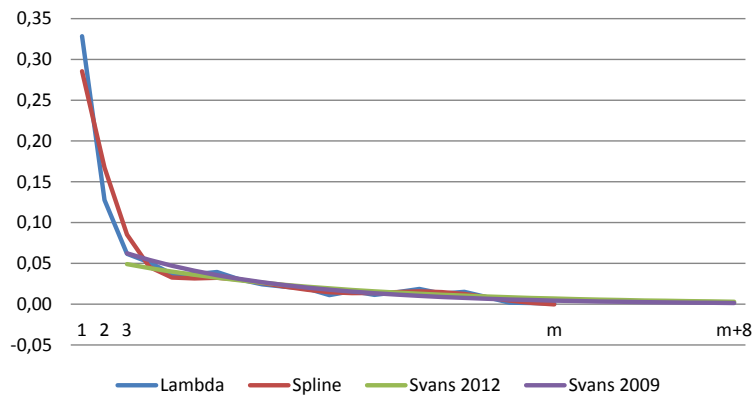


Figur 38: Utvecklingsfaktorer, splinefaktorer samt exp-utvecklingar för λ -faktorerna.

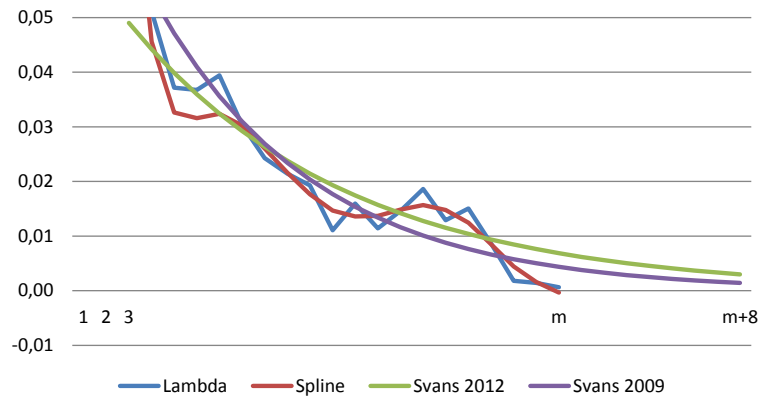


Figur 39: Förstoring av utvecklingsfaktorer, splinefaktorer samt exp-utvecklingar för λ -faktorerna.

Det ser inte ut att spela någon betydande roll vilken av svansskattningarna vi väljer. Vi väljer att använda svansen anpassad efter splineutjämningen då vi bedömer att denna ger ett långsiktigt stabilare resultat. Nästa fråga är när vi ska gå över från splineutjämningen av de skattade faktorerna till den anpassade svansen. Vi väljer att göra detta när det finns mindre än fem observationer i grunden för skattningen. Detta sker, som visas i figur 38 och figur 39, precis efter en puckel i skattningen. Puckeln har undersökts vidare och orsaker till puckelns existens har identifierats. Vad puckeln beror på kan av sekretesskäl ej redovisas i denna studie. Om vi vid bokslutet 3 år tidigare använt oss av samma metod hade resultatet blivit enligt figur 40 och figur 41.



Figur 40: Utvecklingsfaktorer, splinefaktorer samt exp-utvecklingar för λ .



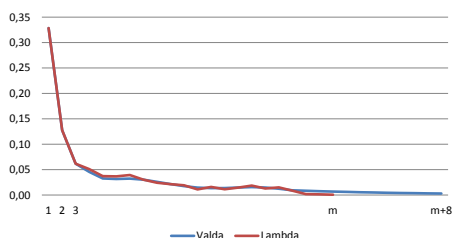
Figur 41: Förstoring av utvecklingsfaktorer, splinefaktorer samt exp-utvecklingar för λ .

Vid bokslutet tre år tidigare hade vi 5 observationer på utvecklingsåret precis innan puckeln börjar, vilket ger att svansen skattas lägre än vid det senaste bokslutet. På grund av osäkerheten i skattningarna så här långt ut i svansen är det ett alternativ att hålla den anpassade svansen stabil till dess att data indikerar att skattningen är inkorrekt. Med stabil menas att en observation i svansen ersätts varje år då utvecklingsåret uppnått minst 5 stycken observationer. Utvecklingsår med 4 observationer eller mindre har kvar svansskattningen till dess att data indikerar att skattningen är felaktig.

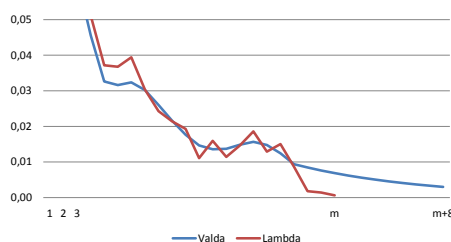
Vi väljer alltså att använda de skattande λ -faktorerna för utvecklingsår 1-3. De splineutjämnade faktorerna av λ -faktorerna för utvecklingsår 4 till utvecklingsåret med minst fem observationer. Efter det väljer vi att använda den exponentiella anpassningen av de splineutjämnade λ -faktorerna för utvecklingsåren därefter fram till utvecklingsår $m + 8$, där svansen hålls stabil

till dess att data indikerar att skattningen är felaktig.

Figur 42 och figur 43 visar de valda λ -faktorerna och som jämförelse finns även de skattade Schnieper faktorerna samt en förstoring av detsamma.

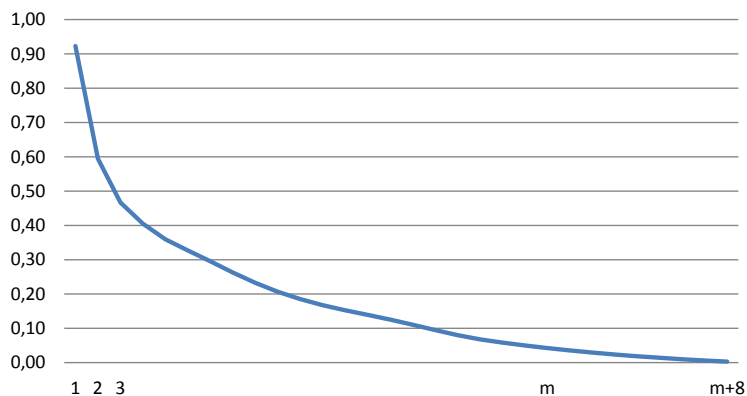


Figur 42: Valda utvecklingsfaktorer för λ och skattade λ -faktorer med Schnieper.



Figur 43: Förstoring av valda utvecklingsfaktorer för λ och skattade λ -faktorer med Schnieper.

Svansen ser ut att ge en överskattning. Men de sista skattade λ -faktorerna baseras på väldigt få observationer och bör därför inte läggas lika stor vikt vid. Figur 44 visar ”summa λ ” för de slutgiltigt valda λ -faktorerna.



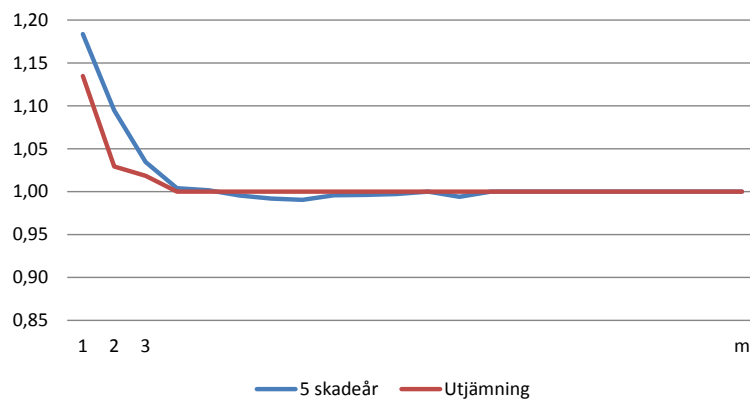
Figur 44: ”Summa λ ” för de valda λ -faktorerna.

6.2 Utjämnning av faktorer i DFM

DFM arbetar med en faktor till skillnad från Schnieper där vi använder oss av två (δ och λ). Då man använder utvecklingstrianglar över känd skadekostnad, vilket vi gör för både Prod1 och Prod2, så är inte utjämnning med en regressionskurva aktuell. Vi undersöker istället möjligheten att sätta utvecklingsfaktorerna till 1 från och med något utvecklingsår.

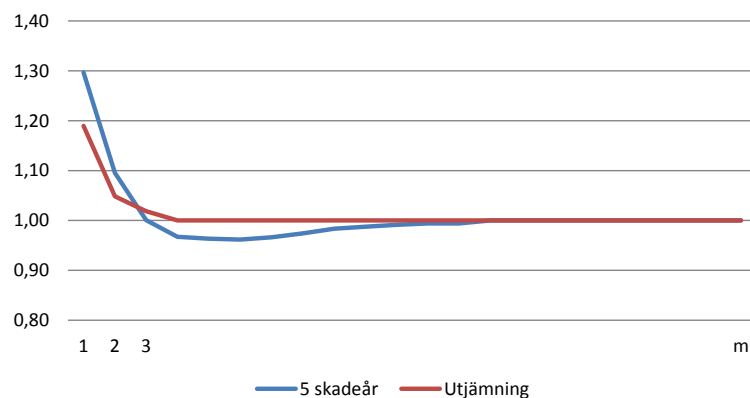
6.2.1 Prod1

Vid analys av de individuella faktorerna gör vi bedömningen att utvecklingsfaktorerna fluktuerar kring 1 från och med utvecklingsår 4 (se tabell 16). I figur 45 visas de skattade DFM-faktorerna samt utjämnade faktorer där faktor 1-3 är densamma som de skattade DFM-faktorerna och därefter satta till 1.



Figur 45: Skattade utvecklingsfaktorer samt utjämnade utvecklingsfaktorer.

Fördröjningsfaktorerna för utvecklingsfaktorerna samt de utjämnade utvecklingsfaktorerna redovisas i figur 46.



Figur 46: Fördröjningsfaktorer för utvecklingsfaktorer samt de utjämnade utvecklingsfaktorerna.

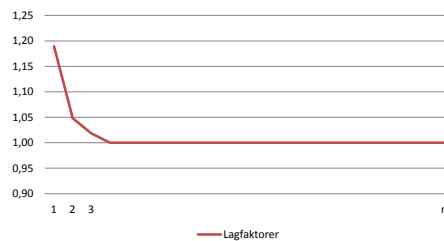
Att sätta 1 från faktor 4 gör att vi förstärker reserven jämfört med att gå på de skattade utvecklingsfaktorerna. När vi studerar de individuella faktorerna för respektive skadeår så finns en tendens till högre faktorer på senare år. Detta är speciellt tydligt för den senaste diagonalen vilket skapar

osäkerhet. Samtliga individuella faktorer från utvecklingsår 14 skattas till 1. Vår slutsats blir att välja de tre första utvecklingsfaktorerna från DFM och därefter sätts resterande utvecklingsfaktorer till 1.

I figur 47 och figur 48 redovisas de slutgiltigt valda utvecklingsfaktorerna samt fördröjningsfaktorerna av desamma.



Figur 47: Valda utvecklingsfaktorer för Prod1.

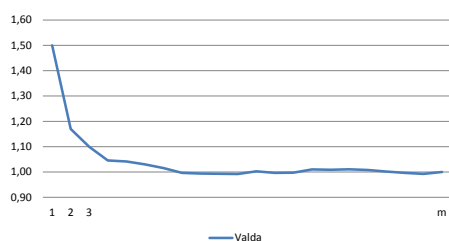


Figur 48: Fördröjningsfaktorer för de valda utvecklingsfaktorerna.

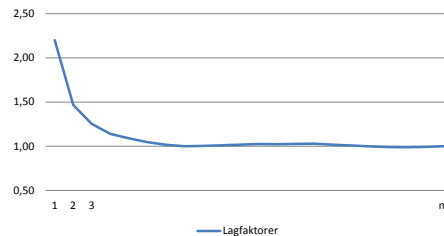
6.2.2 Prod2

Den stora skillnaden mellan analysen av Prod2 med Schniepers metod och DFM är att λ -faktorerna bedöms behöva en svans i Schniepers metod, vilket inte är fallet för DFM-faktorerna. Vi kommer alltså inte göra en svansanpassning för DFM-faktorerna. För diskussion kring detta se avsnitt 5.2.2 och specifikt tabell 18.

Vi utreder möjligheten att sätta utvecklingsfaktorerna till 1 från och med något utvecklingsår. Vid en analys av de individuella faktorerna (se tabell 17) så bedömer vi inte att det går att sätta utvecklingsfaktorerna till 1 förutom för den sista faktorn. Vi går alltså på de skattade utvecklingsfaktorerna i sin helhet förutom för utvecklingsår m, där värdet sätts till 1. I figur 49 och figur 50 redovisas de slutgiltigt valda utvecklingsfaktorerna samt fördröjningsfaktorerna av desamma.



Figur 49: Valda utvecklingsfaktorer för Prod2.



Figur 50: Fördröjningsfaktorer för de valda utvecklingsfaktorerna.

7 Modelljämförelse

Vi valde att undersöka Schniepers metod för att den har fördelen att den behandlar utvecklingen av kända skador separerat från utvecklingen av okända skador. Ansatsen är att exponeringen bättre kan hjälpa till att prediktera hur mycket okända skador som kvarstår än vad känd skadekostnad kan göra. Vi har valt att jämföra Schniepers metod med DFM och i avsnitt 7.1 och 7.2 jämför vi de två metoderna för respektive produkt (Prod1 och Prod2).

7.1 Modelljämförelse Prod1

Vi har skattat utvecklingsfaktorer med Schniepers metod samt DFM och i vissa fall utjämnat dessa. I jämförelsen av de två metoderna börjar vi med att studera den skattade ultimoskadekostnaden för respektive skadeår per bokslutsår 2012 för de två olika metoderna. Av sekretesskäl anges beloppen i en okänd valuta och vissa skadeår har utelämnats ur tabellen.

Skadeår	Schnieper	DFM
1	5 938	5 939
2	16 348	16 352
3	26 061	26 068
⋮	⋮	⋮
m-11	574 312	574 402
m-10	651 495	651 595
m-9	897 043	897 148
m-8	984 991	984 750
m-7	1 202 603	1 201 735
m-6	1 586 020	1 584 173
m-5	1 728 488	1 725 987
m-4	2 275 318	2 271 384
m-3	2 447 204	2 437 677
m-2	3 529 261	3 518 630
m-1	4 166 644	4 155 565
m	4 306 567	4 111 109
Total	25 679 177	25 443 604

Tabell 21: Skattad slutgiltig skadekostnad per bokslutsår 2012 för Schniepers metod och DFM.

Totalt ger de två metoderna, för samtliga skadeår, en ultimoskadekostnad som skiljer sig med 235 573 (valuta enheter). Detta motsvarar 0,92 % av den totala ultimoskadekostnaden för Schniepers metod. Som andel av reserven är skillnaden 4,86 %. Metoderna ger alltså ingen betydande skillnad

i prediktion av den slutgiltiga skadekostnaden. Vidare jämförelser mellan de två metoderna genomförs ej för Prod1 då metoderna ger så lika utfall.

Det kan då ifrågasättas huruvida de extra beräkningarna i Schniepers metod är mödan värda. Fördelarna med att använda Schniepers metod är som starkast när en produkt har en betydande andel IBNYR. Prod2 är en sådan typ av produkt medan Prod1 har en relativt kort svans. Trots detta, anser vi i denna studie, att Schniepers metod är värd de extra beräkningarna. Detta med avseende på den ytterligare information som ges genom uppdelningen av IBNYR och IBNER. Även om den inte bidrar till en mätbar ökad precision av prediktionen av slutgiltig skadekostnad, så får vi annan information som kan vara betydelsefull vid olika analyser av affären. Uppföljningen av utvecklingen av känd skadekostnad (IBNYR) kan till exempel vara intressant för skadereglerarfunktionen på bolaget.

Tabell 22 redovisar predikterad slutgiltig skadekostnad med Schniepers metod uppdelad på känd skadekostnad, IBNER och IBNYR. Siffrorna är angivna i en okänd valuta.

Skadeår	Känd	IBNER	IBNYR
1	5 938	0	0
2	16 348	0	0
3	26 061	0	0
⋮	⋮	⋮	⋮
m-11	574 312	0	0
m-10	651 495	0	0
m-9	879 023	0	20
m-8	984 601	0	390
m-7	1 201 557	0	1 046
m-6	1 583 956	0	2 063
m-5	1 725 740	0	2 748
m-4	2 271 068	0	4 250
m-3	2 437 284	0	9 919
m-2	3 400 735	84 791	43 735
m-1	3 668 619	332 350	165 675
m	3 066 149	209 505	1 030 913
Total	23 791 772	626 646	1 260 759

Tabell 22: Skattad slutgiltig skadekostnad per skadeår för Schniepers metod.

7.2 Modelljämförelse Prod2

Vi har skattat utvecklingsfaktorer med Schniepers metod samt DFM och i vissa fall utjämnat dessa. Vi har även för Schniepers metod skattat en svans för λ -faktorn då vi gör bedömningen att λ ännu inte är färdigutvecklad för något skadeår. Det är en effekt vi ser när vi delar upp utvecklingen av IBNER och IBNYR. Vi ser ej att det finns samma behov när vi anpassar DFM. Intressant är att båda metoderna visar på en nedåtgående trend i utvecklingsfaktorerna. Vi ser minskade faktorer både för δ - och λ -faktorerna i Schniepers metod samt för f -faktorerna i DFM. Vi börjar med att studera den skattade ultimoskadekostnaden för respektive skadeår per bokslutsår 2012 för de två metoderna.

Skadeår	Schnieper	DFM
1	6 774 635	6 552 353
2	9 122 408	8 827 695
3	13 631 999	13 149 353
⋮	⋮	⋮
m-11	22 649 248	20 641 430
m-10	25 739 031	23 430 235
m-9	25 641 880	22 736 136
m-8	28 555 428	25 064 907
m-7	27 436 049	23 118 128
m-6	27 893 136	23 056 958
m-5	33 247 838	28 815 838
m-4	28 289 606	22 849 108
m-3	31 272 257	26 226 724
m-2	30 992 158	24 966 116
m-1	31 463 650	24 799 154
m	33 369 116	27 205 747
Total	522 283 013	458 889 976

Tabell 23: Skattad slutgiltig skadekostnad per bokslutsår 2012 för Schniepers metod och DFM.

Totalt ger de två metoderna, för samtliga skadeår, en ultimoskadekostnad som är 63 393 037 (valutaenheter) högre för Schnieper. Detta motsvarar 12,14 % av den totala ultimoskadekostnaden för Schniepers metod. Som andel av reserven är skillnaden 24,73 %. Metoderna skiljer sig alltså betydligt från varandra. En förklaring till detta är förstås att vi skattat en svans för λ -faktorerna i Schniepers metod medan vi ej skattat någon svans för DFM. För att renodla metodjämförelsen väljer vi i fortsättningen att jämföra metoderna utan svansen på λ . Fortsatta jämförelser sker alltså med de i avsnitt

5 valda utvecklingsfaktorerna med det undantaget att svansen för λ -faktorn tagits bort. Utjämningsen med splines används istället till utvecklingsfaktor m för λ -faktorerna i Prod2. I diagram 24 följer den skattade ultimo skadekostnaden för respektive skadeår per bokslutsår 2012 för de två metoderna (Schnieper utan svans och DFM).

Skadeår	Schnieper	DFM
1	6 552 353	6 552 353
2	8 827 695	8 827 695
3	13 244 110	13 149 353
⋮	⋮	⋮
m-11	21 575 956	20 641 430
m-10	24 540 899	23 430 235
m-9	24 297 408	22 736 136
m-8	27 032 890	25 064 907
m-7	25 822 536	23 118 128
m-6	26 193 462	23 056 958
m-5	31 436 284	28 815 838
m-4	26 490 132	22 849 108
m-3	29 433 349	26 226 724
m-2	29 069 880	24 966 116
m-1	29 494 900	24 799 154
m	31 360 990	27 205 747
Total	495 683 774	458 889 976

Tabell 24: Skattad slutgiltig skadekostnad per bokslutsår 2012 för Schniepers metod och DFM.

Här ser vi att skattningarna blir densamma för skadeår 1 och 2 för de respektive metoderna. Anledningen är att det första skadeåret tagits bort ur anpassningen av faktorerna på grund av datakvalitetsproblem, se avsnitt 3.2. Utan svans på faktorerna skattas därför skadeår 1 och 2 lika i denna jämförelse.

Totalt ger de två metoderna, för samtliga skadeår, en ultimoskadekostnad som skiljer sig med 36 793 798 (valutaenheter). Detta motsvarar 7,42 % av den totala ultimoskadekostnaden för Schniepers metod och 13,84 % av reserven. Av detta kan vi utläsa att svansen bidrar med 5 % av den totala slutgiltiga skadekostnaden skattad med Schniepers metod. Det vill säga, 26 599 239 (valutaenheter) av skillnaden mellan metoderna förklaras av det faktum att vi lagt på en svans på λ -faktorerna. Metoderna skiljer sig, till skillnad från Prod1, betydligt från varandra även då svansen exkluderats. För att testa vilken av metoderna som vi ska använda behöver vi göra en

metodjämförelse. En sådan går ofta ut på att testa metodernas prediktionsförmåga av slutgiltig skadekostnad. Detta är dock inte möjligt när inte något skadeår bedöms vara helt färdigreglerat. Vi har alltså inte något faktiskt utfall att testa metoderna på. Ett alternativ till att testa metodernas förmåga att prediktera slutgiltig skadekostnad är att studera stabiliteten av ultimoskattningarna över åren.

För att studera stabiliteten i ultimoskattningarna över åren skapar vi först trianglar över predikterad slutgiltig skadekostnad för de respektive metoderna. I tabell 25 och 26 anger värdet för bokslutsår j och skadeår i predikterad slutgiltig skadekostnad för skadeår i enligt bedömningen bokslutsår j . Värdet för bokslutsår $j + 1$ och skadeår i anger istället predikterad slutgiltig skadekostnad för skadeår i enligt bedömningen bokslutsår $j + 1$.

Skadeår	Bokslutsår \rightarrow			
	2009	2010	2011	2012
1	7 042 348	6 809 120	6 543 453	6 552 353
2	8 909 753	8 932 951	8 893 267	8 827 695
3	13 598 315	13 357 608	13 278 216	13 244 110
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
m-6	35 639 692	32 221 215	28 612 708	26 193 462
m-5	38 352 163	36 428 464	33 072 027	31 436 284
m-4	33 787 762	32 060 940	28 562 837	26 490 132
m-3	38 118 927	34 433 975	31 487 558	29 433 349
m-2		35 509 315	31 423 628	29 069 880
m-1			33 558 838	29 494 900
m				31 360 990

Tabell 25: Predikterad slutgiltig skadekostnad för Schniepers metod och bokslutsåren 2009-2012.

Skadeår	Bokslutsår →			
	2009	2010	2011	2012
1	7 042 348	6 809 120	6 543 453	6 552 353
2	8 909 753	8 932 951	8 893 267	8 827 695
3	13 370 499	13 373 183	13 222 688	13 149 353
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
m-6	33 885 398	29 776 204	25 502 143	23 056 958
m-5	36 255 770	34 629 324	30 500 385	28 815 838
m-4	28 470 946	28 121 209	24 573 829	22 849 108
m-3	34 146 857	30 757 775	27 938 296	26 226 724
m-2		29 953 459	26 546 385	24 966 116
m-1			28 866 382	24 799 154
m				27 205 747

Tabell 26: Predikterad slutgiltig skadekostnad för DFM och bokslutsåren 2009-2012.

Ur tabell 25 och 26 skapar vi faktorer för slutgiltig skadekostnad per utvecklingsår för respektive metod. Faktorn 0,95 skulle alltså innebära att predikterad slutgiltig skadekostnad för skadeår i minskat med 5 % från utvecklingsår j till utvecklingsår $j + 1$. I tabell 27 och 28 redovisas utvecklingsfaktorerna för slutgiltig skadekostnad per utvecklingsår för Schnieper respektive DFM.

Skadeår	Utvecklingsår									
	1	2	3	4	5	...	$m - 4$	$m - 3$	$m - 2$	$m - 1$
1								0.967	0.961	1.001
2							1.003	0.996	0.993	
3						...	0.994	0.997		
⋮					⋮	⋮	⋮			
$m - 6$				0.904	0.888					
$m - 5$			0.950	0.908	0.951					
$m - 4$		0.949	0.891	0.927						
$m - 3$	0.903	0.914	0.935							
$m - 2$	0.885	0.925								
$m - 1$	0.879									
Medel	0.889	0.929	0.925	0.913	0.919	...	1.001	0.987	0.977	1.001

Tabell 27: Faktorer för slutgiltig skadekostnad per utvecklingsår för Schniepers metod.

Skadeår	Utvecklingsår									
	1	2	3	4	5	...	$m-4$	$m-3$	$m-2$	$m-1$
1								0.967	0.961	1.001
2							1.003	0.996	0.993	
3						...	0.989	0.994		
⋮					⋮	⋮	⋮			
$m-6$				0.879	0.856					
$m-5$			0.955	0.881	0.945					
$m-4$		0.988	0.874	0.930						
$m-3$	0.901	0.908	0.939							
$m-2$	0.886	0.940								
$m-1$	0.859									
Medel	0.882	0.946	0.923	0.896	0.902	...	0.998	0.986	0.977	1.001

Tabell 28: Faktorer för slutgiltig skadekostnad per utvecklingsår för DFM.

Metoderna är stabilare då utvecklingsfaktorerna per utvecklingsår varierar så lite som möjligt. Vid en analys av utvecklingsfaktorerna och deras stabilitet ser vi att faktorerna varierar lite mindre för Schniepers metod än för DFM. Detta resultat ger att Schniepers metod är lite stabilare än DFM.

Ett komplement till att studera utvecklingsfaktorerna för slutgiltig skadekostnad per utvecklingsår är att beräkna relativ reservrisk enligt metoden för skattning av egna parametrar i Solvens II, se EC (2010) Section SCR.10.6. Reserve Risk. Om vi applicerar metoden på våra modeller får vi att den relativa reservrisken, σ , beräknas till 11,47 % för Schniepers metod jämfört med 13,97 % för DFM.

Vi får alltså resultatet att Schniepers metod är stabilare än DFM både vid analys av faktorerna för slutgiltig skadekostnad per utvecklingsår och vid beräkning av den relativa reservrisken. Detta i kombination med att vi med Schniepers metod upptäckte behovet av en svans, då Prod2 ej bedömdes vara slutreglerad för något skadeår, gör att vi anser det väl motiverat att använda Schniepers metod framför DFM för reservsättning av Prod2.

Tabell 29 redovisar predikterad slutgiltig skadekostnad med Schniepers metod (med svans) uppdelad på känd skadekostnad, IBNER och IBNYR. Siffrorna i tabell 29 går alltså inte att stämma av mot tabell 25 där svansen exkluderas.

Skadeår	Känd	IBNER	IBNYR
1	6 552 353	0	222 282
2	8 827 695	0	294 713
3	13 247 027	0	384 972
⋮	⋮	⋮	⋮
m-11	20 122 659	-534 897	3 061 486
m-10	23 021 414	-1 019 325	3 736 942
m-9	22 496 987	-1 472 376	4 617 269
m-8	24 950 646	-2 198 724	5 803 506
m-7	23 096 815	-2 526 468	6 865 703
m-6	22 682 935	-2 876 742	8 086 943
m-5	27 520 936	-3 848 804	9 575 705
m-4	20 949 715	-3 085 662	10 425 553
m-3	22 998 960	-3 336 758	11 610 055
m-2	19 915 622	-2 458 948	13 535 484
m-1	16 914 243	-1 304 083	15 853 490
m	12 370 003	409 379	20 589 734
Total	421 353 862	-24 519 185	125 448 336

Tabell 29: Skattad slutgiltig skadekostnad per skadeår för Schniepers metod.

8 Slutsatser och diskussion

Vi har anpassat Schniepers metod till två sjuk- och olycksfallsprodukter och jämfört dess utfall med standardmetoden DFM (Chain Ladder). Fördelen som vi såg med Schniepers metod var att den behandlar utvecklingen av kända skador separerat från utvecklingen av okända skador. Förutom att detta kan vara intressant i sig, var tanken att premien bättre kan hjälpa till att prediktera hur mycket okända skador som kvarstår än vad känd skadekostnad gör i DFM.

Att utvärdera en reservsättningsmodell blir problematiskt då vi har trender i data. Vi kan se trender i båda produkterna men för Prod2 är den nedåtgående trenden betydligt starkare än för Prod1. Vi får som en konsekvens av detta stora avvecklingsresultat.

Fördelarna med att använda Schniepers metod är som starkast när en produkt har en betydande andel IBNYR, vilket inte är fallet för Prod1. Detta såg vi tydligt då Schniepers metod och DFM inte skiljer sig betydande åt i skattningarna för Prod1. Men trots detta kan Schniepers metod vara värd de extra beräkningarna. Uppdelningen ökar förståelsen för affären och möjliggör djupare analyser av rörelserna i reserverna.

För Prod2, där okända skador är en betydande andel av reserven, är Schniepers metod att föredra framför DFM. Dels på grund av att Schniepers metod visat sig vara stabilare i jämförelsen i avsnitt 7.2 och dels på grund av att svansbehovet uppmärksammades när utvecklingen av IBNYR och IBNER separerades. Att λ -faktorerna är i behov av en svans, är en slutsats som går i linje med tidpunkten då försäkringstagaren har en möjligt att rapportera skador enligt produktens villkor samt erfarenhet från liknande affärer. Svansbehovet uppmärksammades inte lika lätt i anpassningen av DFM och riskerar då att missas om denna typ av metod används. Slutsatsen i denna studie blir därför att Schniepers metod är att föredra framför DFM för Prod2. För Prod1 blir resultatet snarlikt en DFM. Fördelen av uppdelningen på IBNYR och IBNER gör dock Schnieper till ett intressant alternativ även här.

För Schniepers metod går det att diskutera huruvida det är rimligt att metoden antar att en skada som varit känd för bolaget i x år kommer att utvecklas likadant framöver som en skada som precis blev känd för bolaget (efter den initiala bedömningen av skaderegleraren). Det vill säga, de sent anmälda skadorna påverkas endast av δ -faktorerna från utvecklingsåret efter att de har anmälts. För sjuk- och olycksfallsskador i de analyserade produkterna, sätts skadedatum till det datum när den försäkrade första gången sökte hjälp för sin skada. Låt säga att person A rapporterar sin skada direkt och att person B rapporterar skadan efter 6 år. Skadekostnaden för person A:s skada kommer in i N -triangeln utvecklingsår 1 och förflyttas sedan till D -triangeln från utvecklingsår 2. Samtliga δ -faktorer från utvecklingsår 2 och framåt påverkar skattningen av ultimoskadekostnaden för person A:s skada. Skadekostnaden för person B:s skada kommer in i N -triangeln utvecklingsår 6 och förflyttas sedan till D -triangeln utvecklingsår 7. För person B kommer alltså samtliga δ -faktorer från utvecklingsår 7 och framåt att påverka skattningen av ultimoskadekostnaden. Kan dessa båda skador förväntas utvecklas likartat framöver (från utvecklingsår 7) trots det att vi känt till den ena skadan 6 år längre än den andra? Vår bedömning är att vi kan anta det. Då skadedatum sätts till de datum då försäkringstagaren första gången sökte läkarvård för skadan så grundar sig skadereglerarens bedömning av skadekostnaden för skadorna hos person A och person B, på lika många år av eventuella läkarbesök och journaler. När person B rapporterar sin skada har alltså försäkringsbolagets skadereglerare lika många år av information att bedöma skadan hos person B på, som skadan hos person A (som varit bolaget känd i 6 år). På grund av valet av skadedag så bedömer vi detta antagande som rimligt i denna studie. Motsvarande behöver inte gälla för andra affärer utan bör då tas i beaktande vid anpassning av Schniepers metod.

9 Referenser

Dahl, P. (2003): Introduction to Reserving.

<http://www2.math.su.se/matstat/und/sakii/pdf/dahl2003.pdf>

EC (2010). QIS5 Technical specifications.

http://ec.europa.eu/internal_market/insurance/docs/solvency/qis5/201007/technical_specifications_en.pdf

Ohlsson, E. & Johansson, B. (2010): Non-life Insurance Pricing with Generalized Linear Models. Springer.

Schnieper, R. (1991): Separating true IBNR and IBNER claims.

ASTIN Bulletin 21 (1), 111-127.

Sherman, Richard E., (1984): Extrapolating, Smoothing and Interpolating Development Factors.

Proceedings of the Casualty Actuarial Society, 1984 Vol: LXXI Page(s): 122-155.

Wütrich, M. & Merz, M., (2008): Stochastic Claims Reserving Methods in Insurance. Wiley.

10 Appendix

A.1 Development factor methods

Teorin är hämtad från Dahl (2003). Vi utgår från de två antaganden som anges i avsnitt 4.1.

(CL1) För varje $i = 1, 2, \dots$ and $j = 1, 2, \dots$, så gäller att

$$E[C_{ij+1}|C_{i1}, \dots, C_{ij}] = f_j * C_{ij},$$

för några positiva nummer $f_k, k = 1, 2, \dots$

(CL2) Skadeåren utvecklas oberoende av varandra. Det vill säga mängden av slumpmässiga variabler $\{C_{ij}; j = 1, 2, \dots\}, i = 1, \dots, m$ är oberoende.

Antagande (CL1) ger oss en skattning av skadekostnaden vid nästa utvecklingsår. Ytterst är vi dock intresserade av den ultimata skadekostnaden då respektive skadeår är helt slutreglerat.

Vi använder oss av följande välkända resultat:

Om $E[Z]$ är ändlig så gäller att

$$E[Z] = E[E[Z|X]] \tag{18}$$

Med (CL1) och resultatet i (18) får vi:

$$\begin{aligned} E[C_{ij+k}|C_{i1}, \dots, C_{ij}] &= E[E[C_{ij+k}|C_{i1}, \dots, C_{ij+k-1}]|C_{i1}, \dots, C_{ij}] \\ &= E[C_{i,j+k-1} * f_{j+k-1}|C_{i1}, \dots, C_{ij}] \\ &= E[C_{i,j+k-1}|C_{i1}, \dots, C_{ij}] * f_{j+k-1} \\ &= E[E[C_{i,j+k-1}|C_{i1}, \dots, C_{ij+k-2}]|C_{i1}, \dots, C_{ij}] * f_{j+k-1} \\ &= E[C_{i,j+k-2} * f_{j+k-2}|C_{i1}, \dots, C_{ij}] * f_{j+k-1} \\ &= E[C_{i,j+k-2}|C_{i1}, \dots, C_{ij}] * f_{j+k-2} * f_{j+k-1} = \dots = \\ &= C_{ij} * f_{j+1} * f_{j+2} * \dots * f_{j+k-1} \end{aligned}$$

Vi vill nu visa att denna metod går att använda för att estimera den slutgiltiga skattningen för respektive skadeår.

Vi skriver om antagande (CL1) enligt:

(CL1')

$$E[C_{ij+1}/C_{ij}|C_{i1}, \dots, C_{ij}] = f_j$$

Detta ger att vi kan använda C_{ij+1}/C_{ij} som väntevärdesriktiga skattningar av f_j .

Vi gör nu ett antagande om variansen:

(CL3)

$$\text{Var}[C_{ij+1}|C_{i1}, \dots, C_{ij}] = C_{ij} * \sigma_j^2$$

Vi använder oss även av följande välkända resultat:

Antag att X_i är n stycken okorrelerade stokastiska variabler med samma väntevärde och varians σ_i^2 . Då är den bästa väntevärdesriktiga linjära skattningen av väntevärdet:

$$\sum_{i=1}^n w_i * X_i \tag{19}$$

där $w_i \propto \sigma_i^{-2}$ och $\sum_{i=1}^n w_i = 1$.

Med Lagrange metod fås vikterna till:

$$w_i = \frac{\sigma_i^{-2}}{\sum_{k=1}^n \sigma_k^{-2}} \tag{20}$$

Vi skriver om (CL3) enligt:

(CL3')

$$\text{Var}[C_{ij+1}/C_{ij}|C_{i1}, \dots, C_{ij}] = \frac{\sigma_j^2}{C_{ij}}$$

Vi får då vikterna till:

$$w_i = \frac{(\sigma_j^2/C_{ij})^{-1}}{\sum_{k=1}^{m-j} (\sigma_j^2/C_{kj})^{-1}} = \frac{C_{ij}}{\sum_{k=1}^{m-j} C_{kj}} \quad (21)$$

Skattningen av \hat{f}_j blir då:

$$\hat{f}_j = \sum_{i=1}^{m-j} w_i * \hat{f}_{ij} = \sum_{i=1}^{m-j} \left(\frac{C_{ij}}{\sum_{k=1}^{m-j} C_{kj}} * \frac{C_{ij+1}}{C_{ij}} \right) = \frac{\sum_{i=1}^{m-j} C_{ij+1}}{\sum_{i=1}^{m-j} C_{ij}} \quad (22)$$

För att kunna använda utvecklingen av $E[C_{ij+k}|C_{i1}, \dots, C_{ij}]$ och skattningarna i 22 måste vi visa att skattningarna är okorrigerade. Vi definierar informationen tillgänglig fram till utvecklingsperiod k som $A_k = C_{ij}|j \leq k, i \leq m$. Vi får då:

$$\begin{aligned} E[\hat{f}_j * \hat{f}_k] &= E[E[\hat{f}_j * \hat{f}_k|A_k]] \\ &= E[\hat{f}_j * E[\hat{f}_k|A_k]] \\ &= E[\hat{f}_j * E[(\sum_{v=1}^{m-k} C_{vk+1})/(\sum_{v=1}^{m-k} C_{vk})|A_k]] \\ &= E[\hat{f}_j * (\sum_{v=1}^{m-k} E[C_{vk+1}|A_k])/(\sum_{v=1}^{m-k} C_{vk})] \\ &= E[\hat{f}_j * (\sum_{v=1}^{m-k} E[C_{vk+1}|C_{vk}])/(\sum_{v=1}^{m-k} C_{vk})] \\ &= E[\hat{f}_j * (f_k * (\sum_{v=1}^{m-k} C_{vk})/(\sum_{v=1}^{m-k} C_{vk}))] \\ &= E[\hat{f}_j] * f_k \\ &= E[\hat{f}_j] * E[\hat{f}_k] \end{aligned}$$

Om vi kombinerar detta med utvecklingen av $E[C_{ij+k}|C_{i1}, \dots, C_{ij}]$ får vi att följande är en väntevärdesriktig skattning av ultimata skadestodnad:

$$\hat{E}[C_{im}|C_{ij}] = C_{ij} * \hat{f}_j * \dots * \hat{f}_{m-1} \quad (23)$$