UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DEL SANNIO

FACOLTÀ DI SCIENZE ECONOMICHE ED AZIENDALI

CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN

SCIENZE STATISTICHE E ATTUARIALI

TESI DI LAUREA MAGISTRALE IN

TEORIA DEL RISCHIO

TITOLO DELLA TESI

POLITICHE RIASSICURATIVE OTTIMALI NELLE ASSICURAZIONI DANNI

Relatore:

Chiar.mo Prof. Nicolino Ettore D'Ortona

Correlatori:

Chiar.ma Prof.ssa Maria Sole Staffa

Chiar.mo Prof. Giuseppe Melisi

Tesi di laurea di

Carmine Antonio Pirozzi

A.A. 2012/2013

A mia madre

INDICE

PREMESSA

La seguente argomentazione è stata redatta con lo scopo di analizzare in ambito assicurativo alcune delle problematiche di maggior rilievo con riferimento alla pratica della riassicurazione, ovverosia l'utilizzo di criteri di ottimalità al fine di definire una suddivisione degli elementi contrattuali d'interesse (costo sinistro, premio) che soddisfi gli obiettivi imposti dalla compagnia di assicurazione. In pratica, saranno applicati alcuni dei criteri di ottimalità maggiormente utilizzati in ambito assicurativo per la definizione delle quote di ripartizione tra cedente e riassicuratore, quale il metodo De Finetti, e sarà calcolato uno degli indici di redditività maggiormente utilizzati nella pratica, quale il RORAC. Sarà a riguardo esaminato il caso di un portafoglio assicurativo contro gli incendi cui il rischio voglia esser coperto mediante un contratto di riassicurazione in forma proporzionale, escludendo dalla trattazione le forme non proporzionali (riservandosi la possibilità di ampliare l'analisi a suddette tipologie in studi successivi).

La tesi seguirà un andamento spedito verso l'analisi del criterio di ottimalità proposto da Bruno de Finetti applicato a uno specifico portafoglio senza dilungarsi troppo su ogni argomento analizzato, al fine di presentare un testo quanto più specifico e meno dispersivo.

A tal scopo la seguente dissertazione si articolerà in tre capitoli, così strutturati:

- nel Capitolo 1 si disamineranno i risvolti delle normative in tema Solvency II sul mercato riassicurativo. Lungi dal voler analizzare nel dettaglio l'evoluzione che Solvency II porterà nella pratica assicurativa, si introduce brevemente la struttura a pilastri e ci si sofferma sugli effetti della direttiva immediatamente riscontrabili sulla pratica della riassicurazione e come quest'ultima possa essere utilizzata per il soddisfacimento dei requisiti di stabilità e di capitale richiesti dalla direttiva
- nel Capitolo 2 si presentano in maniera sintetica le principali forme riassicurative evidenziandone pregi e difetti, e si giunge immediatamente alla formalizzazione del criterio di ottimalità utilizzato nell'analisi del Capitolo 3 per la definizione della politica

ottima basata su un'approssimazione del metodo de Finetti proposta da Glineur e Walhin nel 2006 denominata "approssimazione convessa". Saranno inoltre introdotti brevemente, nel paragrafo finale, gli indici di redditività tra cui il RORAC utilizzato ai fini di analisi nel capitolo successivo

- nel Capitolo 3 si analizza il caso di un portafoglio di assicurazioni sugli incendi diviso in 4 classi di rischio cui sarà applicato il metodo descritto nel capitolo precedente e riferendosi alle sole forme riassicurative proporzionali. Saranno mostrati i risultati, sia in forma tabellare sia con grafici, e analizzati sia riguardo ai benefici conseguiti dal punto di vista della limitazione della rischiosità sia dal lato della redditività mediante la lettura del RORAC.

Saranno, infine, presentate le conclusioni.

INTRODUZIONE

La pratica della riassicurazione assume un'importanza fondamentale nell'esercizio di una compagnia assicurativa e nella gestione ottimale del portafoglio contratti. Riferendoci di seguito al ramo danni, è noto come l'alea circa il costo sinistri concernente i contratti in portafoglio rappresenta il problema principale di una compagnia assicurativa ed è gestito mediante molteplici procedure adottate sia ex-ante (ovvero in fase di tariffazione attraverso il calcolo dei premi e la definizione dei caricamenti) sia ex-post attraverso ad esempio proprio la pratica riassicurativa.

La riassicurazione limita il rischio di portafoglio trasferendo porzioni di rischi assunti dall'assicuratore (detto cedente) a un'altra impresa di assicurazione (detta cessionaria o riassicuratore) disposta a soffrirli. È chiaro come rapporti di tal tipo sussistono solo in forza dei contratti stipulati tra assicuratore e assicurato, restando quest'ultimo estraniato da quello riassicurativo che pertanto coinvolgerà esclusivamente l'assicuratore e il riassicuratore. Il contratto tra assicuratore e riassicuratore può prevedere la possibilità di scelta dei rischi da trasferire (e la facoltà del riassicuratore di raccogliere o no) o definire un rapporto obbligatorio da ambo i lati o solo dalla parte del riassicuratore, e i suoi elementi sono formalizzati in un Trattato di Riassicurazione. È quindi possibile sintetizzare un trattato di riassicurazione come una vera e propria "assicurazione dell'assicuratore", con anche la determinazione di un premio che la cedente dovrà pagare alla cessionaria per il trasferimento del rischio.

Detto ciò, al fine del perfezionamento del trattato di riassicurazione, la cedente deve ritenere conveniente operare suddetta riduzione della propria esposizione aleatoria cedendo parte dei rischi assunti soffrendo il premio richiesto dalla cessionaria.

Ma la cessione di parte dei rischi comporta principalmente due effetti:

- riduzione della variabilità dell'esborso rendendolo in tal senso "più certo"
- riduzione del guadagno atteso

E se il primo è tra gli effetti desiderati dall'assicuratore, il secondo non è per nulla auspicabile. Da quest'osservazione nasce la necessità di definire una ripartizione dei rischi assicurati che permetta di minimizzare il rischio avendo assegnato un vincolo accettabile di trasferimento del guadagno atteso, o viceversa.

A tal proposito sono stati proposti nel tempo numerosi criteri di ottimalità per la determinazione di politiche riassicurative ottime. Tra questi, il criterio di Bruno De Finetti (1940) ne rappresenta sicuramente uno dei più conosciuti, trattandosi di un metodo di ricerca della migliore combinazione di aliquote di cessione che pone come obiettivo la minimizzazione della probabilità di rovina nell'anno fissando un livello di guadagno atteso conservato ritenuto accettabile. Proposta inizialmente per analizzare il caso di una riassicurazione in forma proporzionale in quota individuale (con aliquote di cessione diverse contratto per contratto), la formula di de Finetti può essere facilmente estesa a ogni forma riassicurativa, sia proporzionale sia no.

Soprattutto nel ramo danni, è infatti noto come le forme non proporzionali portino a risultati migliori in termini di mitigazione del rischio. Ma i motivi che giustificano l'utilizzo nella pratica di forme proporzionali sono ancora molteplici, e in considerazioni di questi è motivato il loro vaglio nella definizione delle strategie riassicurative.

A supporto delle scelte strategiche sono inoltre utilizzati molteplici indici attraverso i quali è possibile valutare le ripercussioni sulla redditività del capitale. Pratica questa fondamentale soprattutto nella riassicurazione danni, resa in concreto obbligatoria dalla breve durata dei contratti.

Ma ad avere ripercussioni sulla definizione delle strategie sono anche la possibilità di modifiche alla normativa vigente. E l'ormai prossima entrata in vigore della direttiva Solvency II ha obbligato le compagnie assicurative della comunità europea a rivedere molteplici aspetti della loro gestione al fine di garantire il soddisfacimento delle norme al momento della sua entrata in vigore. Questo non senza ripercussioni sulla definizione delle strategie tra le quali la scelta della migliore politica riassicurativa.

1 LA RIASSICURAZIONE SECONDO SOLVENCY II

1.1 Verso Solvency II

Il mantenimento di un adeguato livello di solvibilità[1] rappresenta uno degli obiettivi fondamentali per la sana gestione di una compagnia tanto più se, come per quelle di assicurazione, l'ammontare complessivo dei costi che colpiranno il portafoglio contratti è aleatorio e non noto durante la stipula. Il concetto di solvibilità va in tal caso adeguato a un contesto probabilistico[2] e diviene imprescindibile l'adozione di una disciplina che consenta di definire quali criteri un'impresa debba soddisfare per potersi definire solvibile.

La natura di un'impresa di assicurazione fa si che ogni operazione e scelta gestionale dipendano dal contesto economico e dalla professionalità di chi vi lavora all'interno, esponendo qualsiasi attività a un particolare rischio. Alcuni di questi rischi posso essere coperti e assorbiti mediante l'adozione di opportune misure preventive che riescono in maniera non invasiva a ridurne il peso sulla gestione. Queste misure non possono però considerarsi sufficienti e affinché il loro impatto sulla gestione sia ridotto al minimo, è necessario che l'assicuratore allochi del capitale per la loro copertura. In letteratura, il capitale che una compagnia assicurativa dispone per la copertura di suddetti rischi è definito Margine di Solvibilità.

Se già i metodi di determinazione delle somme da accantonare comportano difficoltà computazionali, i metodi di stima di attività e passività basati su principi prudenziali difficilmente si conciliano con la necessità, sorta

---

[1] Genericamente, la capacità di un'impresa di far fronte agli impegni assunti

[2] Per una impresa di assicurazione, la "capacità" di far fronte agli impegni non può essere intesa in senso deterministico in quanto gli impegni stessi sono di natura aleatoria. Più concretamente, la solvibilità va intesa in senso probabilistico e nel contesto di ipotesi realistiche circa i possibili scenari e, in particolare, gli elementi aleatori che li costituiscono. Pertanto, è possibile associare alla solvibilità il seguente significato: *capacità di far fronte, con assegnata probabilità, agli impegni aleatori realisticamente descritti da una struttura probabilistica* (E.Pitacco, Matematica e tecnica attuariale delle assicurazioni sulla durata di vita, pp.576)

soprattutto per motivi di concorrenza, di creare una disciplina comune sul margine di solvibilità. Da questo presupposto, l'introduzione dei principi IAS[3] ha in parte attenuato il problema attraverso una standardizzazione a livello globale delle norme e dei principi contabili, adottati nella stesura dei bilanci delle imprese e definendo una disciplina per il margine di solvibilità. Ma la disciplina fin lì vigente risultava ancora acerba, e verifiche successive (Muller Working Party[4]) ne hanno evidenziato le lacune e traghettato verso i cambiamenti introdotti da Solvency I. Ma il modello proposto da Solvency I fu subito rimesso in discussione dato il rapido mutarsi delle condizioni di mercato che richiedevano maggiore flessibilità da un lato e maggiore certezza nei rapporti giuridici dall'altro. Inoltre sorse immediatamente l'inadeguatezza del sistema adottato, soprattutto in riferimento al considerare dati storici per la valutazione di rischi futuri. Solvency I era pertanto troppo semplificato e inadeguato per quantificare il requisito patrimoniale di un'impresa di assicurazione.

In seguito, l'introduzione dell'accordo di Basilea II[5] nel settore bancario ha fornito l'idea per l'adozione di una struttura di vigilanza e gestione del rischio simile anche nell'ambito assicurativo. Nasce Solvency II, la nuova direttiva dell'unione europea con lo scopo di estendere la normativa di Basilea II al settore assicurativo, modificando non solo i criteri quantitativi per il calcolo del margine di solvibilità, ma rivedendo il complesso di regole a presidio della stabilità delle imprese di assicurazione.

---

[3] International Accounting Standards (IAS), sono principi contabili internazionali stabiliti da un gruppo di professionisti contabili, rappresentanti di investitori, analisti finanziari e imprenditori che mirano ad armonizzare nei diversi Paesi norme, principi contabili e metodi d'allestimento delle chiusure annuali dei conti (definizione secondo Il Sole 24 Ore)

[4] Commissione costituita nel 1994 da parte delle autorità di vigilanza dei paesi dell'unione europea con lo scopo di verificare la disciplina sul margine di solvibilità fin lì vigente e di proporre nuove soluzioni

[5] Accordo internazionale sui requisiti patrimoniali delle banche. Studiato, redatto e sottoscritto dal Comitato di Basilea per la vigilanza bancaria, si compone di un sistema di regole che hanno lo scopo di assicurare la stabilità patrimoniale delle banche e l'efficienza del sistema bancario.

1.2 Introduzione a Solvency II

La direttiva Solvency II (ufficialmente Direttiva 2009/138/CE) è rivolta alla definizione di tutte le norme i cui effetti sono ravvisabili sulla solvibilità delle imprese di assicurazione. Non si limita pertanto a modificare le regole vigenti sui requisiti di capitale, sulle riserve tecniche e sugli investimenti, bensì di revisionare completamente la disciplina sotto tutti i profili.

Lo scopo principale è l'introduzione di un regime di solvibilità che non si limiti a considerare i soli rischi tecnici e che sia flessibile e compatibile con i metodi di controllo degli organi di vigilanza.

Tali esigenze sono sorte in seguito all'esperienza Solvency I, dove è risultato evidente come il solo complesso di norme sul capitale, riserve e investimenti non fosse sufficiente a prevenire situazioni critiche per le imprese di assicurazioni. Inoltre è stato rilevato come il sistema precedente del margine di solvibilità definiva i requisiti di capitale in maniera abbastanza approssimativa, senza considerare il profilo di rischio dell'impresa e riferendosi prevalentemente ad aspetti di carattere dimensionale. Da qui la necessità di definire le linee guida nella misurazione e gestione dei rischi da parte delle stesse imprese, perfezionando il sistema interno al fine di rendere il management quanto più consapevole possibile in ordine ai rischi gestiti.

Solvency II si propone di creare un mercato unico dei servizi finanziari, in modo da assicurare a tutti i soggetti coinvolti nel settore di poter operare in condizioni regolamentari equivalenti in tutta l'Unione Europea.

1.3 Il modello Solvency II

Prendendo spunto dal modello proposto da Basilea II, la direttiva Solvency II si struttura in tre categorie di regole o, come si suol dire, in tre pilastri.

1° Pilastro	2° Pilastro	3° Pilastro
• Requisiti patrimoniali	• Processo di Vigilanza	• Disciplina e trasparenza

1.3.1 Il Primo Pilastro

Il **primo pilastro** riguarda le regole circa i requisiti patrimoniali che un'impresa di assicurazione deve possedere per proteggersi da tutti i rischi quantificabili.

Il requisito patrimoniale di solvibilità è in particolare calibrato in modo da garantire che siano presi in considerazione tutti i rischi quantificabili cui è esposta un'impresa di assicurazione o riassicurazione[6].

Rientrano nel primo pilastro tutte le norme della direttiva riferiti all'adeguatezza degli accantonamenti tecnici, all'adeguatezza degli investimenti nonché alle regole sul capitale proprio della compagnia.

Circa le **riserve tecniche**, sono queste ultime a essere utilizzate ai fini di copertura degli impegni verso i contraenti e il legislatore ha ritenuto opportuno individuare un metodo di identificazione del valore delle stesse. In particolar modo questo sarà il risultato della somma tra la *best estimate*[7] (miglior stima) e il

[6] Cfr. art. 101-104, Direttiva 2009/138/CE

[7] La migliore stima corrisponde alla media dei flussi di cassa futuri ponderata con la probabilità, tenendo conto del valore temporale del denaro (valore attuale atteso dei flussi di cassa futuri) sulla base della pertinente struttura per scadenza dei tassi di interesse privi di rischio (Direttiva 2009/138/CE art. 77)

risk margin[8] (margine di rischio). La best estimate rappresenta la media ponderata dei flussi di cassa futuri e il suo calcolo è realizzato su informazioni credibili e reali e attraverso l'utilizzo di adeguati modelli statistico/attuariali. Il risk margin rappresenta invece il prezzo che un altro assicuratore richiederebbe per rilevare gli impegni sottoscritti dalla prima compagnia. Nel caso esistano sul mercato strumenti in grado di replicare esattamente le obbligazioni, allora il valore delle passività (BE + RM) sarà descrivibile dal valore di mercato di questi strumenti, altrimenti andranno valutati separatamente. In tal caso il risk margin sarà calcolato attraverso il metodo del Costo del Capitale, rappresentante il costo derivante dall'obbligo di possedere fondi propri pari al requisito patrimoniale di solvibilità necessario per far fronte alle obbligazioni di assicurazione e di riassicurazione per tutta la loro durata di vita[9].

Circa gli **investimenti**, la Direttiva adotta il "principio della persona prudente[10]" in base al quale le imprese di assicurazione e riassicurazione investiranno solo in attività e strumenti dei quali i rischi possano essere adeguatamente individuati, misurati, monitorati e gestiti. Nonostante la direttiva adotti principi molto restringenti e severi, per gli investimenti vale comunque il principio della "libertà di investimento[11]" tale per cui gli Stati membri non sottopongono le decisioni di investimento delle imprese di assicurazione e riassicurazione ad alcun obbligo di approvazione preventivo.

In merito ai **requisiti di capitale**, il primo pilastro prevede due livelli obbligatori di capitale: il *target capital*[12] noto come Solvency Capital Requirement

---

[8] Il margine di rischio è tale da garantire che il valore delle riserve tecniche sia equivalente all'importo di cui le imprese di assicurazione e di riassicurazione avrebbero bisogno per assumersi e onorare le obbligazioni di assicurazione e di riassicurazione (Direttiva 2009/138/CE art.77)

[9] Cfr. art. 77, Direttiva 2009/138/CE

[10] Cfr. art. 132, Direttiva 2009/138/CE

[11] Cfr. art. 133, Direttiva 2009/138/CE

[12] Cfr. artt. 100 ss, Direttiva 2009/138/CE

(SCR) e il *livello minimo assoluto di capitale*[13] o Minimum Capital Requirement (MCR).

Il **Solvency Capital Requirement (SCR)** rappresenta il capitale minimo necessario a garantire una probabilità di fallimento molto bassa, ossia il capitale da possedere per consentire l'assorbimento di rilevanti perdite inattese. In base alla Direttiva esso deve essere definito in modo da coprire almeno i rischi seguenti:

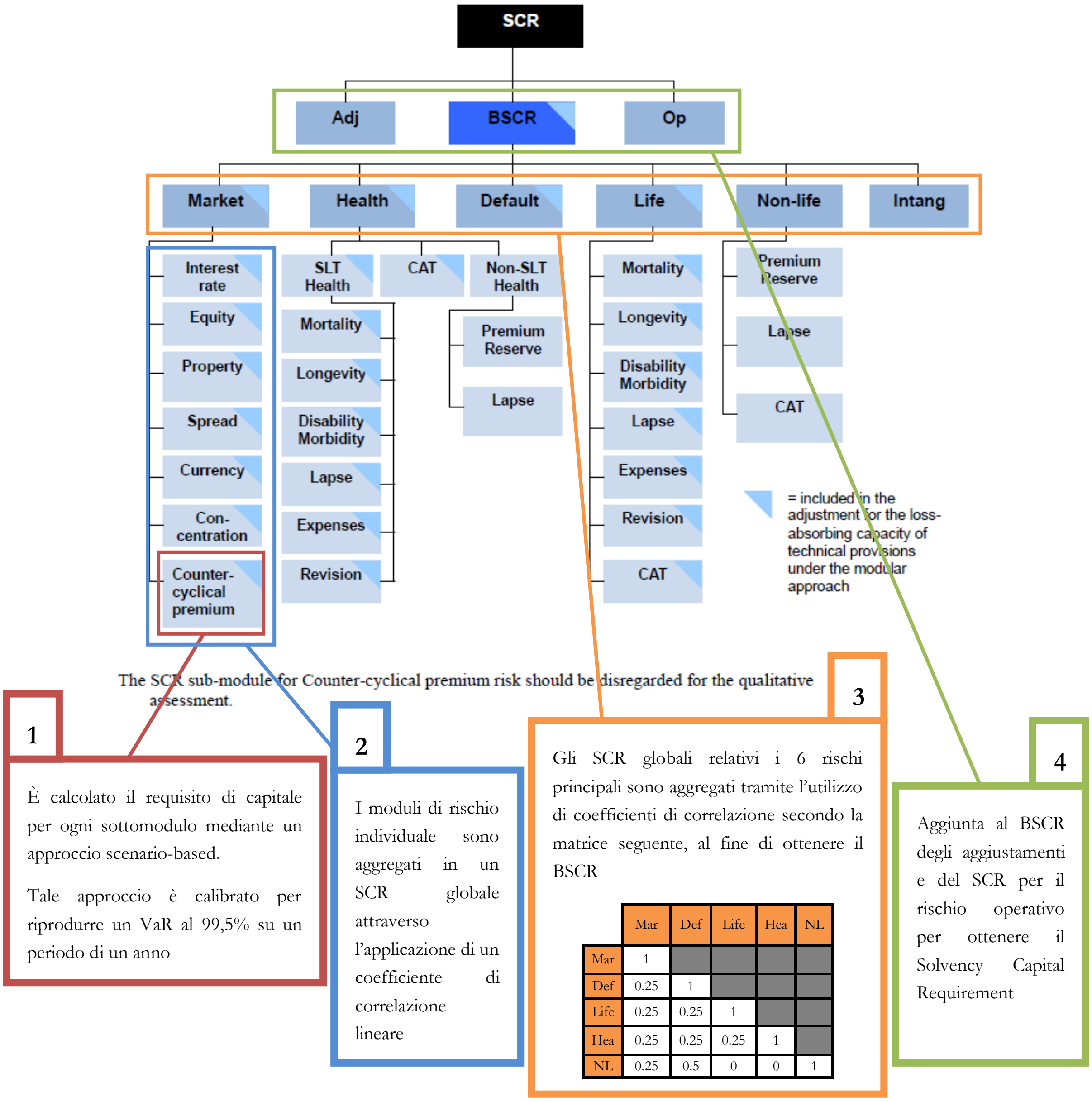
- rischio di sottoscrizione per l'assicurazione non vita
- rischio di sottoscrizione per l'assicurazione vita
- rischio di sottoscrizione per l'assicurazione malattia
- rischio di mercato
- rischio di credito
- rischio operativo

e può essere calcolato mediante l'impiego di una **formula standard**[14] proposta dalla Direttiva o di un modello interno, purché contemplato nella normativa.

Nello specifico, gli articoli da 103 a 111 descrivono l'architettura e la calibrazione della formula standard per il calcolo del SCR, che è stimato mediante un approccio di tipo "modulare" attraverso 4 step operativi.

[13] Cfr. Art. 128 ss, Direttiva 2009/138/CE

[14] EIOPA-DOC-13/061, Technical Specification on the Long Term Guarantee Assessment (Part I)



	Mar	Def	Life	Hea	NL
Mar	1				
Def	0.25	1			
Life	0.25	0.25	1		
Hea	0.25	0.25	0.25	1	
NL	0.25	0.5	0	0	1

Figura 1 - Step per il calcolo del Solvency Capital Requirement secondo la formula standard

In conformità a quanto visto, va evidenziato come il requisito di capitale sia fatto corrispondere al *Value at Risk*[15] (Step 1), al livello di confidenza del 99,5% e su un intervallo annuale, in riferimento ai fondi di base propri dell'impresa.

Il calcolo del BSCR prima di qualsiasi aggiustamento è combinazione dei requisiti di capitale per le 6 più importanti categorie di rischio quali:

- SCR_{mkt} - requisito di capitale per il rischio di mercato (Market)
- SCR_{def} - requisito di capitale per il rischio di inadempimento della controparte (Default)
- SCR_{life} - requisito di capitale per il rischio di sottoscrizione per l'assicurazione vita (Life)
- SCR_{nl} - requisito di capitale per il rischio di sottoscrizione per l'assicurazione non vita (Non-life)
- SCR_{health} - requisito di capitale per il rischio di sottoscrizione per l'assicurazione malattia (Health)
- $SCR_{\mathrm{int}angible}$ - requisito di capitale per il rischio dei beni intangibili (Intang)

e la formula applicata la seguente (Step 3):

$$BSCR = \sqrt{\sum_{ij} Corr_{ij} \times SCR_i \times SCR_j} + SCR_{intangible}$$

Infine, il SCR è calcolato come segue (Step 4):

$$SCR = BSCR + Adj + SCR_{Op}$$

dove:

- BSCR rappresenta il requisito di solvibilità base

[15] Il Value at Risk (VaR) è una misura di rischio circa la perdita su uno specifico portafoglio di attività finanziarie e non. Per un dato portafoglio, una data probabilità e un dato orizzonte temporale, è definito come il valore soglia tale per cui la probabilità che la perdita sul portafoglio nell'orizzonte considerato superi questo valore è pari proprio al livello di probabilità impostato

- Adj l'aggiustamento per l'effetto di assorbimento del rischio delle riserve tecniche e delle imposte differite
- SCR_{Op} il requisito di capitale per il rischio operativo.

Il **Minimal Capital Requirement (MCR)** rappresenta invece quel livello di capitale sotto al quale l'impresa si espone a rischi considerati inaccettabili per gli assicurati, qualora l'impresa continuasse la propria attività. Al fine di garantirne la possibilità di revisione, il legislatore comunitario ha stabilito metodologie di calcolo semplici per il MCR che, infatti, si fa corrispondere semplicemente a una percentuale del SCR[16].

1.3.2 Il Secondo Pilastro

Il **secondo pilastro** riguarda invece la *risk governance* e le *supervisory activities*, e comprende tutte le norme sulla gestione dell'impresa nonché sui processi e il ruolo della vigilanza interna alla società.

Si ritiene necessaria la presenza di un corretto sistema integrato di Risk Management al fine di verificare la capacità della compagnia di fronteggiare i rischi assunti valutandone l'esposizione globale. Il legislatore ritiene pertanto necessaria una pratica di controllo del rischio interno alla compagnia ancor prima dell'intervento delle autorità di controllo, cui però bisogna aggiornare costantemente circa variazioni rilevanti in ordine ai fattori di rischio.

In tal senso la Direttiva impone regole specifiche al funzionamento dell'organo amministrativo dell'impresa che sarà responsabile per l'osservanza delle disposizioni legislative all'interno della compagnia[17].

Sono inoltre definite regole circa i requisiti generali in materia di governance[18], che deve ricondursi a una sana e prudente gestione e

---

[16] Non inferiore al 25% e non superiore al 45% del SCR. Cfr. art.129, Direttiva 2009/138/CE

[17] Cfr. art. 40, Direttiva 2009/138/CE

[18] Cfr. art. 41, Direttiva 2009/138/CE

comprendere una struttura organizzativa trasparente adeguata, con una chiara ripartizione delle responsabilità e l'osservanza di specifici requisiti[19].

Particolare rilevanza è data alle procedure di asset-liability management, inerenti alla gestione dei rischi e la valutazione interna del rischio e della solvibilità. La normativa in tema è definita ORSA (Own Risk and Solvency Assessment) e mira all'adeguatezza della formula standard rispetto il profilo di rischio proprio dell'impresa. L'ORSA rappresenta anche il punto di partenza per le Autorità di Vigilanza che potranno valersi di strumenti quali report finanziari per l'identificazione dei rischi chiave della gestione assicurativa. Inoltre la stessa normativa consente la valutazione della propria solvibilità futura attraverso l'ausilio di proiezioni quali gli *stress test*, volti a verificare la tenuta della solvibilità della società al verificarsi di scenari ipotetici particolarmente negativi.

Infine, le imprese di assicurazione dovranno disporre di un adeguato sistema di controllo interno. In tal senso è fondamentale la funzione di *audit interno*[20], volta ad una valutazione dell'adeguatezza e dell'efficacia del sistema di controllo interno, nonché *la funzione attuariale*[21], volta a garantire l'adeguatezza delle metodologie e dei modelli sottostanti utilizzati nel calcolo delle riserve tecniche.

1.3.3 Il Terzo Pilastro

Il **terzo pilastro** è infine dedicato alla *risk trasparency*, volta essenzialmente alla definizione degli obblighi informativi verso i sistemi di vigilanza nazionale e verso il mercato.

Inoltre il sistema normativo del terzo pilastro mira a stimare l'adeguatezza delle strategie organizzative e decisionali usate per la mitigazione e il controllo dei rischi d'impresa al fine di fornire informazioni sul capitale e qualsiasi dato

[19] Cfr. artt. 42-49, Direttiva 2009/138/CE

[20] Cfr. art. 47, Direttiva 2009/138/CE

[21] Cfr. art. 48, Direttiva 2009/138/CE

possa implicare il rischio d'insolvenza, consentendo all'autorità di vigilanza di operare un concreto controllo sulle condizioni di solvibilità dell'impresa.

Il terzo pilastro è pertanto complementare agli altri, giacché il processo informativo assume una rilevanza fondamentale ai fini dei requisiti quantitativi del primo e dei requisiti qualitativi del secondo.

1.4 La riassicurazione come metodo di mitigazione del rischio

Come visto nei paragrafi precedenti, il SCR o Margine di Solvibilità rappresenta pertanto una misura cautelativa volta a tutelare i creditori nei confronti dell'impresa dal rischio che la stessa sia insolvibile. Gestendo le compagnie assicurative un numero limitato di contratti, che possono variare per natura e dimensione come nel caso di portafogli assicurativi contro il rischio d'incendio, ci si vuol tutelare principalmente dall'entità dei danni subiti che dipende in maniera preponderante dalle grosse perdite che colpiscono un singolo sinistro o riferite a un singolo evento, nonché dall'alta frequenza di sinistri che colpiscono un singolo rischio o anche cambiamenti nella struttura stessa dei rischi.

Senza l'adozione di opportune misure tali sbilanci del portafoglio si riconducono a elevate fluttuazioni dei risultati con conseguenze importanti sulla solvibilità e la stabilità della gestione. Diviene pertanto fondamentale costruire delle strategie adatte al profilo di rischio della compagnia che, oltre all'adozione di misure preventive e alla definizione delle modalità di utilizzo del capitale proprio, definiscano anche le modalità di limitazione della rischiosità del portafoglio affinché l'alea diventi gestibile.

È possibile pervenire a tal obiettivo attraverso strategie di mitigazione del rischio che includono: l'autoassicurazione, la coassicurazione e la riassicurazione.

Circa l'**autoassicurazione**, il mantenimento delle fluttuazioni entro i limiti è conseguito mediante la sottoscrizione di rischi di modeste entità al fine di costruire un portafoglio il più possibile omogeneo, ma questo limita le possibilità di crescita della compagnia in mercati competitivi, dove i concorrenti possono sottoscrivere con limiti meno restringenti. Un assicuratore che sceglie l'autoassicurazione resterà pertanto un piccolo assicuratore.

Un assicuratore che opta per la **coassicurazione** si assume il rischio trasferitogli dall'assicurato in compartecipazione ad altri assicuratori definiti coassicuratori. Si parla pertanto di un trasferimento del rischio su base orizzontale eseguito alla stipula del contratto. A differenza della riassicurazione l'assicurato è a conoscenza di tal rapporto ed è legato da un unico contratto ai coassicuratori. Qualora possa rivalersi in caso di sinistro, potrà farlo nei confronti di ciascun assicuratore limitatamente alla rispettiva percentuale di copertura. La partizione del rischio in coassicurazione prevede che tra coassicuratori vi sia la divulgazione di informazioni sui propri assicurati e, in maniera evidente, i coassicuratori dovranno assicurarsi che l'assunzione dei rischi gestiti secondo tale modalità non comporti alcuno svantaggio per i loro assicurati. In principio tale metodo è scelto solo per i rischi speciali e/o di imponenti dimensioni.

Un assicuratore che sceglie il terzo metodo (**riassicurazione**) si dice che acquista una copertura riassicurativa. In tal caso, infatti, assicuratore (cedente) e riassicuratore (cessionario) stipulano un contratto in forza del quale il riassicuratore si obbliga, verso il pagamento di un determinato compenso, a indennizzare la cedente della parte di somme cedute in forza dei contratti tra assicurato e assicuratore (motivo per il quale tale contratto trova la sua ragion d'essere solo in presenza di quest'ultimo rapporto). Il trasferimento del rischio avviene in tal caso verticalmente, a differenza della coassicurazione, con l'assicurato totalmente estraneo al rapporto riassicurativo e generalmente non a conoscenza dello stesso. In caso di sinistro l'assicurato chiederà all'assicuratore l'intera prestazione, per poi quest'ultimo rivalersi nei confronti del riassicuratore.

I motivi per i quali compagnie assicurative decidono di riassicurarsi possono essere riassunti nell'offrire protezione contro:

- *il verificarsi di uno o più sinistri di entità molto rilevante, o accumulo di perdite derivanti da un singolo sinistro*
- *le oscillazioni del danno aggregato annuale rispetto al valore atteso*[22]

e i vantaggi riconducibili a:

- *ripartizione del rischio*, limitando la propria esposizione circa la copertura del costo sinistri
- *aumento della capacità di sottoscrizione*, permettendo all'assicuratore di sottoscrivere contratti al di fuori della sua portata confidando nella possibilità di trasferirne parte del rischio in riassicurazione

[22] Cramer (1979)

- *equilibrio di portafoglio*, mantenimento (o conseguimento) di un adeguato livello di omogeneità dei rischi in portafoglio
- *stabilizzazione dei risultati*, minimizzazione delle fluttuazioni dei risultati derivanti da eventi catastrofali o per maggiore frequenza dei sinistri

nonché altri quali ad esempio l'assistenza tecnica che il riassicuratore può fornire alla cedente in fase di progettazione e commercializzazione di nuovi prodotti.

Queste strategie di mitigazione del rischio hanno importanti effetti nella determinazione dei requisiti di capitale tant'è che compagnie assicurative le utilizzano, oltre come strumento per il conseguimento di guadagno, come strumento proprio per la riduzione di tal requisito. La riassicurazione è una di queste tecniche e in ottica Solvency II i suoi effetti di mitigazione sono ora completamente riconosciuti per la prima volta.

1.5 I principi economici di Solvency II per la riassicurazione

Le tecniche di mitigazione del rischio includono l'utilizzo di contratti di riassicurazione come veicolo per il trasferimento del rischio di sottoscrizione. Una compagnia che decide di utilizzare la riassicurazione a tale scopo deve però considerare tre aspetti fondamentali:

- *Riconoscimento*, la definizione dei principi formali attraverso cui riconoscere la riassicurazione come tecnica di mitigazione del rischio
- *Programmazione*, le condizioni al verificarsi delle quali è permesso alla compagnia il riconoscimento della strategia riassicurativa nel calcolo dei requisiti di capitale
- *Modellazione*, le difficoltà cui ci si può imbattere nel modellare uno strumento di mitigazione del rischio sotto i limiti imposti dalla Formula Standard.

Soffermandoci sul problema del **riconoscimento**, la Direttiva Solvency II ha formulato 5 principi cui un'impresa di assicurazione, in ricerca di metodi per mitigare alcuni dei suoi rischi, deve seguire affinché la sottoscrizione di un contratto di riassicurazione comporti una reale mitigazione del rischio:

- *Principio 1: Gli effetti economici prevalgono sulla forma legale*
  Deve avere effetti economici rilevanti. Oltre a soddisfare principi contabili (come ad esempio quelli stabiliti dall'IFRS[23]) deve consistere in trasferimenti del rischio non di lievi entità e i cui effetti sul capitale sono rilevanti. Deve inoltre considerare tutti i rischi potenzialmente nuovi derivanti dalle transazioni di riassicurazione. Il principale effetto di questo principio è la protezione dei titolari di polizza e assicurare che i rischi siano valutati su basi economiche reali.
- *Principio 2: certezza legale, efficacia e applicabilità*

[23] Molte compagnie decidono di operare in rispetto sia dei principi Solvency II sia IFRS (International Financial Reporting Standards), nella prospettiva che siano implementati, soddisfacendo i regimi di entrambi

Il trasferimento del rischio deve essere definito in modo chiaro, efficace legalmente e applicabile in tutte le giurisdizioni pertinenti. Anche questo principio ha l'effetto principale di proteggere il titolare di polizza e assicurare che gli effetti economici del trasferimento del rischio non possano essere oggetto di disputa.

- *Principio 3: liquidità e certezza del valore*

  Il trasferimento del rischio in riassicurazione dovrebbe essere valutato in accordo con principi economici sani e al reale valore di mercato degli attivi e delle liability. Principale effetto consiste nell'assicurare che il contratto riassicurativo sia adeguatamente valutato.

- *Principio 4: qualità del credito del fornitore della mitigazione del rischio*

  Per assicurare che l'assicuratore stia acquistando una copertura riassicurativa da una controparte solvibile, il riassicuratore deve possedere un grado di solvibilità pari al 100% e avere rating pari almeno a BBB. Principale effetto è proteggere il titolare di polizza assicurando che la compagnia cedente non riduca i requisiti di capitale oltre il rischio cui risulta esposta.

- *Principio 5: caratteristiche dirette, esplicite, irrevocabili e incondizionabili*

  Riguarda esclusivamente la mitigazione del rischio finanziario e in breve consiste nell'obbligo di definire la dimensione della copertura in modo chiaro e senza l'inclusione di clausole fuori dal controllo della cedente.

È chiaro come la direttiva Solvency II, piuttosto che basarsi su un rigido sistema di regole, utilizza una valutazione dei rischi inerenti al patrimonio e alle liability della compagnia basata su principi economici, permettendo una gestione avanzata dei rischi e un elevato grado di trasparenza tra le assicurazioni in Europa. Inoltre si evince come ad indirizzare l'elaborazione di questi principi sia stato l'obiettivo di tutelare il titolare di polizza e assicurare che sia il "rischio" l'elemento principale su cui si basano.

Un problema inerente al riconoscimento sorge riguardo allo stabilire l'epoca in cui un contratto di riassicurazione debba essere contabilizzato (al momento dell'accordo, alla stipula o nel momento in cui entra in vigore).

Solvency II indica come data di contabilizzazione la precedente tra l'epoca d'inizio del contratto o l'epoca in cui ci si vincola contrattualmente, mentre all'ultima discussione dello IASB[24] in aprile 2011 si è acconsentito, a titolo di prova, il riconoscimento del contratto assicurativo a inizio del periodo di copertura.

[24] International Accounting Standards Board, è l'organismo responsabile dell'emanazione dei principi contabili internazionali

1.6 Equivalenza e Riassicurazione

L'esamina degli articoli 172, 227 e 270 della Direttiva 2009/138/CE fornisce uno spunto di riflessione circa gli effetti di Solvency II sulla pratica riassicurativa.

Nell'articolo 172 è definito il principio di "equivalenza" che consente alla Commissione Europea di valutare se il regime regolamentare di un paese terzo, applicato alla riassicurazione, è equivalente alla direttiva Solvency II[25].

Dove il regime di solvibilità di un paese terzo è considerato equivalente, i contratti di riassicurazione tra un assicuratore EEA[26] cedente e una compagnia riassicurativa di un paese terzo (non-EEA) saranno trattati egualmente a un contratto di riassicurazione con un riassicuratore EEA. Ovvero il regolatore EEA locale applica gli stessi criteri nel valutare i contratti di riassicurazione, incurante se il riassicuratore ha sede in un paese con un regime di solvibilità equivalente.

I rapporti tra una cedente EEA e un riassicuratore non-EEA sono regolati dall'articolo 172 della disciplina Solvency II

La non equivalenza del regime di solvibilità del paese nel quale il riassicuratore ha sede può invece avere importanti implicazioni per entrambi le parti del contratto di riassicurazione, come ad esempio la necessità di indagini più accurate da parte del regolatore.

Riguardo all'applicazione dell'equivalenza circa gruppi di (ri)assicurazione con legami di frontiera è necessario distinguere il caso in cui la compagnia madre ha sede in EEA con la sussidiaria in un paese non-EEA, da quello

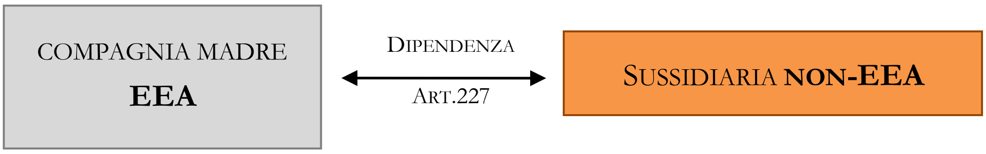
---

[25] Cfr. art.172, Direttiva 2009/138/CE

[26] Acronimo di European Economic Area. Un (ri)assicuratore EEA è pertanto un (ri)assicuratore appartenente all'area economica europea. Di contro con non-EEA si indica un (ri)assicuratore di un paese terzo

opposto in cui è la sussidiaria ad aver sede in EEA e la compagnia madre in un paese terzo.

Circa il primo caso, l'articolo 227 della direttiva Solvency II stabilisce che qualora il paese terzo, cui ha sede detta impresa, è soggetto a un regime di solvibilità almeno equivalente, gli Stati Membri possono disporre che il calcolo della solvibilità dell'impresa tenga conto del requisito patrimoniale di solvibilità del paese terzo interessato[27].



Altrimenti, è applicata la regola generale di considerare la sussidiaria alla stregua di un'impresa di (ri)assicurazione partecipata.

In particolar modo Solvency II dispone che il requisito di solvibilità del gruppo sia calcolato usando l'**Accounting Consolidation-Based Method** mediante il quale Solvency II tratta il gruppo su base economica come fosse un'entità unica, tenendo conto della diversificazione del gruppo, l'eliminazione delle transazioni infragruppo attraverso il consolidamento dei conti, vincoli di fungibilità[28], l'eliminazione del rischio di controparte nelle transazioni interne e altri elementi.

Nel caso questo metodo non risulti appropriato, gli Stati Membri possono consentire l'utilizzo di un metodo alternativo definito **Deduction and Aggregation Method**, più semplice ma anche più restrittivo.

Tale metodo necessita come input i fondi propri e il SCR di ogni ente giuridico del gruppo. Quantità queste che la compagnia sussidiaria dovrà calcolare due volte, una soddisfacendo i requisiti locali e l'altra soddisfacendo i requisiti Solvency II.

---

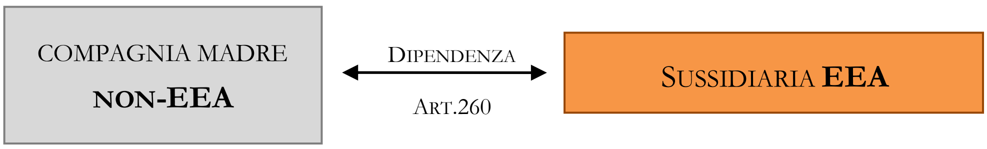
[27] Cfr. art.227, Direttiva 2009/138/CE

[28] La presenza di vincoli sui movimenti di capitale da un ente giuridico all'altro

Sempre l'articolo 227 stabilisce inoltre che la verifica sull'equivalenza del regime di solvibilità è eseguita dall'autorità di vigilanza del gruppo su richiesta dell'impresa partecipante o su iniziativa propria dell'autorità di vigilanza stessa, che prima di adottare una decisione sull'equivalenza consulterà le altre autorità e il CEIOPS[29].

Indipendentemente dal metodo utilizzato, tale articolo ha quindi il vantaggio di ridurre la complessità del calcolo del requisito di capitale di un gruppo di (ri)assicurazione.

Nel secondo caso, è l'articolo 260 a sancire come le autorità di vigilanza interessate devono muoversi per definire se il regime di stabilità della compagnia madre è equivalente a Solvency II[30]. La verifica in questione è eseguita anche in tal caso dall'autorità di vigilanza del gruppo su richiesta della compagnia madre, salvo qualora la Commissione Europea abbia deciso in precedenza in merito all'equivalenza del paese terzo interessato.



In caso di equivalenza, il supervisore EEA può contare sulla supervisione del gruppo esercitata dal regolatore del paese terzo e ciò rappresenta un rilevante beneficio, come evitare il doppio controllo richiesto da Solvency II.

Nel caso di non equivalenza, il regolatore EEA non può invece contare sulla supervisione del gruppo del paese terzo e deve definire un appropriato approccio per assicurare una sufficiente supervisione nonché garantire la protezione dei titolari di polizza dell'EEA.

A tal proposito sono molteplici le soluzioni che il regolatore EEA può imporre:

---

29 Oggi EIOPA

30 Cfr. art. 260, Direttiva 2009/38/CE

- il gruppo deve creare una holding EEA contenente tutte le sussidiare EEA che soddisfano Solvency II
- solo le sussidiarie EEA devono soddisfare Solvency II
- la compagnia madre deve soddisfare Solvency II (e calcolare il requisito di solvibilità mediante il metodo default)
- altre da definire

Tabella 1 - Schematizzazione del principio di Equivalenza nel caso di gruppi di (ri)assicurazioni[31]

<table>
<tr><th colspan="3"></th><th colspan="3">Sussidiarie (per il calcolo riferito al gruppo)</th></tr>
<tr><th colspan="3"></th><th>In EEA</th><th colspan="2">Non-EEA</th></tr>
<tr><th colspan="3"></th><th></th><th>Equivalente</th><th>Non Equivalente</th></tr>
<tr><td rowspan="3">Capogruppo</td><td>In EEA</td><td></td><td>Metodo Default

o se permesso

Metodo Alternativo basato sui risultati Solvency II</td><td>Metodo Default

o se permesso

Metodo Alternativo basato sui requisiti normativi locali</td><td>Metodo Default

Articolo 227

o se permesso

Metodo Alternativo basato sui risultati Solvency II (calcolo addizionale)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Non-EEA</td><td>Equivalente</td><td>Requisiti normativi locali</td><td colspan="2">Il regolatore non-EEA è autorizzato dall'articolo 260. Fuori dal campo di applicazione di Solvency II.</td></tr>
<tr><td>Non Equivalente</td><td>Ancora nessuna decisione definitiva.

Guarda la sezione Equivalence and Group Supervision (Articolo 260)</td><td colspan="2">Ancora nessuna decisione definitiva. Guarda la sezione Equivalence and group Supervision (Articolo 260)

Le sussidiarie non-EEA sono interessate solo nel caso il gruppo debba soddisfare Solvency II

Articolo 260</td></tr>
</table>

[31] Fonte: Swiss Re, 2011, Equivalence in reinsurance treatment, group solvency and group supervision under Solvency II

A riguardo del principio di equivalenza, l'EIOPA ha rilasciato nel 2012 una nota[32] volta a fornire informazioni supplementari in merito al concetto di "Misure Transitorie di Equivalenza con i paesi terzi" con riferimento a quei paesi che adottano già regimi risk-based simili a quelli di Solvency II oppure che hanno manifestato la volontà di raggiungere l'equivalenza entro un termine di 5 anni.

Le misure transitorie riconoscono l'impossibilità di intraprendere valutazioni di equivalenza completa per tutti i paesi terzi pertinenti prima dell'implementazione di Solvency II, ed esiste un dato numero di questi paesi dove i regimi di solvibilità non sono attualmente in grado di soddisfare completamente i criteri di equivalenza, ma che saranno nella condizione di farlo una volta attuate le modifiche previste dal regime. Le misure transitorie potranno garantire alle imprese operanti in tali paesi (nonché a quelle a esse collegate) di beneficiare di una positiva equivalenza, individuata su basi temporanee, durante il periodo di transizione.

In rispetto a quei paesi terzi che hanno indicato alla commissione il loro interesse ad essere coperti dal regime transitorio, la Commissione europea ha richiesto all'EIOPA di portare a termine, nel corso del 2012, un'analisi in merito, tra l'altro, a quanto segue:

- se il personale che lavora per, o in nome di, le autorità di vigilanza è legato dagli obblighi di segreto professionale (prerequisito per l'inclusione nel regime transitorio)
- le principali aree dove i criteri di equivalenza non possono essere soddisfatti

Le informazioni richieste saranno ottenute mediante la compilazione, da parte dei paesi terzi interessati, di un questionario allegato alla nota dal quale l'EIOPA ricaverà la maggior parte delle informazioni da comunicare alla commissione. Circa tali paesi, la lista comprende al momento Australia, Cile, Cina, Hong Kong, Israele, Messico, Singapore e Sud Africa.

In seguito all'adozione della direttiva Omnibus II, l'EIOPA ha comunque intenzione di lanciare la procedura "Call for evidence" invitando tutte le parti

---

[32] EIOPA-EQUIV-12-016, Solvency II – Equivalence Transitionals measure

interessate a fornire feedback circa l'esperienza pratica e la conoscenza diretta dei sistemi di vigilanza operanti nei suddetti paesi terzi.

1.7 La Formula Standard per il rischio di sottoscrizione nel ramo danni

Come visto nei paragrafi precedenti, la formula standard è tale da riprodurre un Value at Risk al livello di confidenza del 99,5%[33] per quantificare il rischio patrimoniale dei SCR riferiti ai 6 moduli principali nonché per il SCR globale.

In riferimento al rischio di sottoscrizione del ramo danni, il requisito di capitale è calcolato con l'obiettivo di fronteggiare quattro principali fonti di rischio:

- **Premium Risk (rischio di tariffazione)**, consistente nel rischio che i premi relativi ai nuovi contratti più la riserva premi iniziale siano insufficienti a coprire il costo sinistri generati dai contratti
- **Reserve Risk (rischio di riservazione)**, derivante sia dalle oscillazioni dell'ammontare dei sinistri che dal timing nei pagamenti e fa riferimento all'insufficienza della riserva sinistri accantonata alla data di valutazione rispetto a un orizzonte temporale di un anno
- **Lapse Risk (rischio di opzione)**, derivante dall'esercizio da parte degli assicurati di opzioni eventualmente contenute nei contratti danni, quali la possibilità di scindere il contratto anticipatamente o il rinnovo
- **Cat Risk (rischio catastrofale)**, rischio di fluttuazioni sfavorevoli importanti della sinistrosità dovuti al verificarsi di eventi catastrofali, che siano questi catastrofi naturali (Nat Cat) o catastrofi provocate dall'uomo (Man Made).

Il calcolo del **rischio di sottoscrizione nel ramo danni** può essere schematizzato in una sequenza di step:

- **Calcolo per singolo ramo**, si determina la misura di volume e della standard deviation per segment (LoB[34]) riferite ai moduli di

[33] Il VaR al 99.5% misura l'evento rovina atteso in solo 1 anno su 200

[34] Line of Business, termine con cui spesso ci si riferisce ad un insieme di uno o più prodotti con molte caratteristiche comuni e che soddisfano specifiche esigente del cliente. In

Premium risk e di Reserve risk separatamente mediante un approccio Market Wide[35] (eventualmente considerando anche il fattore NP_s[36]) o Undertaking-specific[37].

Il **volume premi** è calcolato con la seguente formula:

$$V_{(prem,s)} = \max\left(P_s, P_{(last,s)}\right) + FP_{(existing,s)} + FP_{(future,s)}$$

dove:

– $\max\left(P_s, P_{(last,s)}\right)$ è il massimo tra i premi di competenza netti stimati per l'anno successivo e i premi di competenza netti dell'anno trascorso

– $FP_{(existing,s)}$ è il valore attuale dei premi netti che ci si attende siano di competenza dopo i 12 mesi successivi alla data di valutazione per contratti esistenti alla data di valutazione

– $FP_{(future,s)}$ è il valore attuale dei premi netti per contratti che saranno emessi nei 12 mesi successivi alla data di valutazione.

Il **volume riserve** è definitivo invece dalla formula:

$$V_{(res,s)} = PCO_s$$

ossia è pari alla Best Estimate della riserva sinistri (non è considerato il risk margin) al netto della riassicurazione

– **Aggregazione**, si aggregano per segment le deviazioni standard del Premium e Reserve risk considerando un coefficiente di correlazione lineare e si calcola la deviazione standard complessiva considerando i volumi delle LoB.

riferimento al settore assicurativo le LoB sono definite a livello statutario indicando un insieme di polizze di assicurazione

[35] Ottenuto sulla base di parametri di volatilità prefissati (volatilità factor) nel QIS5

[36] Fattore di correzione con l'obiettivo di considerare l'effetto di mitigazione del rischio apportato dalla riassicurazione "per risk Excess-of-Loss".

[37] Basato su metodi standardizzati forniti nelle TS (Technical Specification) e sull'utilizzo di parametri specifici dell'impresa e di un fattore di credibilità

La **deviazione standard** per segment si ottiene aggregando le deviazioni standard dei due sotto-rischi, ipotizzando un coefficiente di correlazione $\alpha = 1/2$

$$\sigma_s = \frac{\sqrt{\left(\sigma_{(prem,s)}V_{(prem,s)}\right)^2 + 2\alpha\sigma_{(prem,s)}\sigma_{(res,s)}V_{(prem,s)}V_{(res,s)} + \left(\sigma_{(res,s)}V_{(res,s)}\right)^2}}{V_{(prem,s)} + V_{(res,s)}}$$

mentre la **deviazione standard totale** si ottiene considerando la correlazione tra le LoB

$$\sigma = \frac{1}{V_{nl}}\sqrt{\sum_{s,t} CorrS_{(s,t)} \cdot \sigma_s \cdot \sigma_t \cdot V_s \cdot V_t}$$

dove:

- s,t sono gli indici dei segment
- $CorrS_{s,t}$ sono i valori della matrice di correlazione (Tabella 2)
- V_s, V_t sono le misure di volume per il Premium e Reserve risk per i diversi segment
- σ_s, σ_t sono le deviazioni standard per il Premium e Reserve Risk del ramo Danni per i diversi segment

Tabella 2 - Matrice di correlazione tra LoB

CorrS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1 – Motor vehicle liability	1											
2 – Other motor	0.5	1										
3 – MAT	0.5	0.25	1									
4 – Fire	0.25	0.25	0.25	1								
5 – 3rd party liability	0.5	0.25	0.25	0.25	1							
6 – Credit	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	1						
7 – Legal exp.	0.5	0.5	0.25	0.25	0.5	0.5	1					
8 - Assistance	0.25	0.5	0.5	0.5	0.25	0.25	0.25	1				
9 – Miscellaneous	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	1			
10 – Np reins. (casualty)	0.25	0.25	0.25	0.25	0.5	0.5	0.5	0.25	0.25	1		
11 – Np reins. (MAT)	0.25	0.25	0.5	0.5	0.25	0.25	0.25	0.25	0.5	0.25	1	
12 – Np reins. (property)	0.25	0.25	0.25	0.5	0.25	0.25	0.25	0.5	0.25	0.25	0.25	1

- **SCR per Premium e Reserve**, si valuta la diversificazione geografica e del volume (Premi+Riserve) per segment eventualmente abbattuto dalla diversificazione e si determina il requisito complessivo (Premium+Reserve) considerando 3 volte il σ complessivo e utilizzando il volume corretto.

  Il **volume complessivo** è definito dalla seguente:

  $$V_s = \left(V_{(prem,s)} + V_{(\mathrm{res},s)}\right) \cdot (0.75 + 0.25 \cdot DIV_s)$$

  ovvero come somma del volume dei premi stimato per l'anno successivo e quello delle riserve tenuto conto della diversificazione mediante la quantità DIV_s (*indice di Herfindal*[38]).

  Il **requisito complessivo (Premium+Reserve)** è infine definito secondo la formula:

  $$NL_{pr} = 3 \cdot \sigma \cdot V$$

  dove:

  - V rappresenta la misura di volume complessiva pari alla somma dei volumi delle singole LoB (sia Premi sia Riserve) eventualmente corretto per effetto della diversificazione
  - σ la variabilità complessiva dovuta a Premium e Reserve, ottenuta mediante l'aggregazione delle singole LoB

- **SCR per il NL-UWR**, aggregazione del requisito Premium+Reserve con i requisiti ottenuti per il CAT e per il LAPSE.

---

38 $$DIV_s = \frac{\sum_j \left(V_{(prem,j,s)} + V_{(res,j,s)}\right)^2}{\left(V_{(prem,s)} + V_{(res,s)}\right)^2}$$

è pari ad 1 nel caso di un'unica area geografica j, minore di 1 in presenza di diversificazione. Deve essere posto sempre pari ad 1 per i segmenti 6,10,11 e 12

1.7.1 Formula Standard e Riassicurazione

L'impianto Solvency II considera i benefici della riassicurazione non solo dalla prospettiva dell'esposizione e stabilità, ma anche in termini della quantità complessiva di capitale e struttura del risk management. Decisioni odierne sulla gestione del capitale possono influenzare i requisiti patrimoniali di solvibilità in futuro con impatto anche sulle future strategie di business.

La sfida principale circa gli aspetti quantitativi relativi alla gestione del capitale riguarda il giusto bilanciamento tra esposizione e disponibilità di capitale. In ottica Solvency II il capitale richiesto per la copertura dell'esposizione è determinato dall'attuale situazione di rischio economico d'impresa, pertanto alcune compagnie potrebbero avere problemi nel raggiungimento di un coefficiente di solvibilità che soddisfa il target normativo e/o il livello di comfort desiderato dalla compagnia.

$$\textit{Coefficiente di Solvibilità} = \frac{\textit{Capitale disponibile}}{\textit{Capitale richiesto}}$$

Al fine di conseguire l'obiettivo di solvibilità preposto, è possibile agire su un incremento del capitale disponibile o su una riduzione del capitale richiesto.

L'incremento di capitale disponibile può avvenire attraverso transazioni sul mercato dei capitali, come ad esempio l'emissione di nuovo capitale o la sottoscrizione di nuovo debito. Ciò non impatterà sulla distribuzione dei risultati, che non si modificherà a seguito dell'adozione di queste misure, ma comportando queste un incremento del capitale disponibile il risultato sarà una diminuzione della probabilità di rovina[39] (Figura 2).

[39] Probabilità che l'ammontare dei sinistri ecceda la somma dei premi puri e del margine di solvibilità, comportando il default della compagnia (appunto rovina)

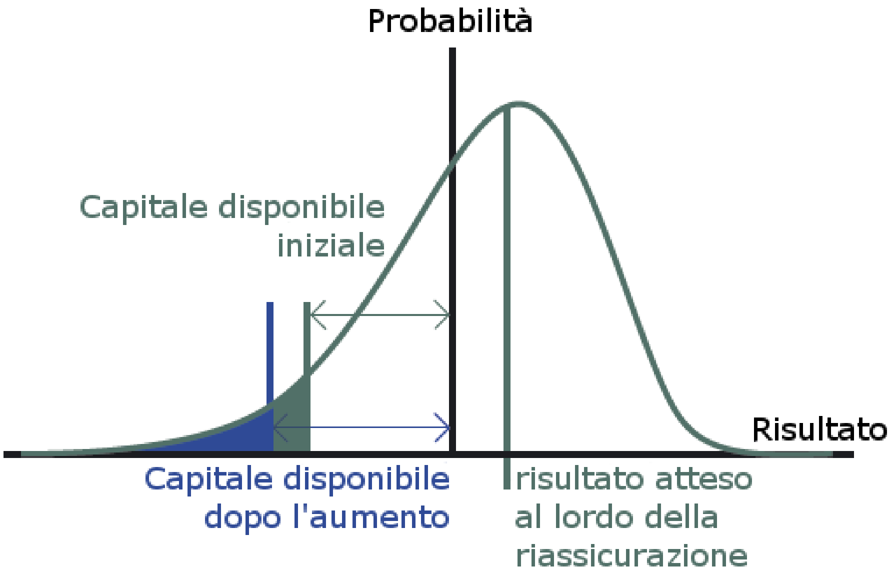


Figura 2 – Incidenza di un aumento di capitale disponibile sulla determinazione del SCR. La distribuzione del risultato tecnico resta invariata mentre il livello di capitale richiesto si riduce (Fonte: Swiss Re)

La riduzione del capitale richiesto può invece ottenersi mediante la pratica riassicurativa. In particolar modo la stipula di un contratto di riassicurazione nella forma proporzionale[40] comporta un restringimento della distribuzione dei risultati intorno al valor medio (ovvero una riduzione della variabilità dei risultati) con conseguente diminuzione della probabilità di rovina e rispettivo abbassamento del requisito di capitale (Figura 3). Questo perché le riassicurazioni proporzionali possono essere considerate appropriate per la riduzione proporzionale del volume premi e riserve (V) con conseguente riduzione del SCR per Premium risk e Reserve risk[41].

[40] Per una spiegazione esauriente leggere il capitolo successivo

[41] Nel caso però siano introdotte particolari condizioni come partecipazioni su perdite e profitti o limiti annuali sull'aggregato (AAL), queste potrebbero non essere adeguatamente considerate

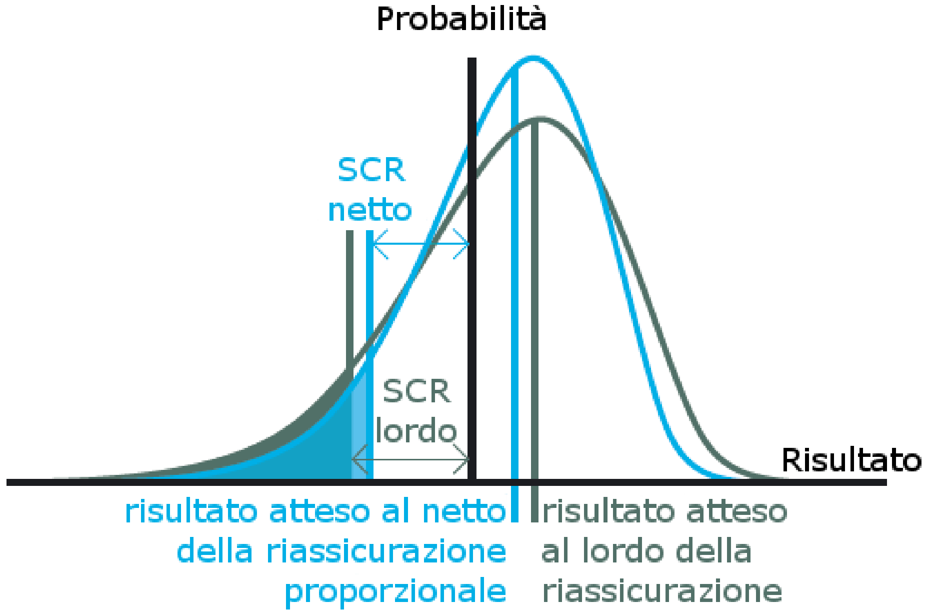


Figura 3 – Incidenza della riassicurazione proporzionale nella determinazione del requisito di capitale. La distribuzione del risultato tecnico si stringe intorno al valor medio, risultante in un SCR più basso (Fonte: Swiss Re)

Nella forma non proporzionale[42], una copertura riassicurativa può portare ulteriori benefici con anche una migliore riduzione del requisito di capitale (Figura 4). Questo grazie alla struttura delle riassicurazioni non proporzionali che consente di definire politiche riassicurative in cui la cedente mantiene in gestione solo la parte di rischi in rispetto delle stime prodotte e trasferisce in riassicurazione tutta la più rischiosa restante parte.

[42] Come in nota 40

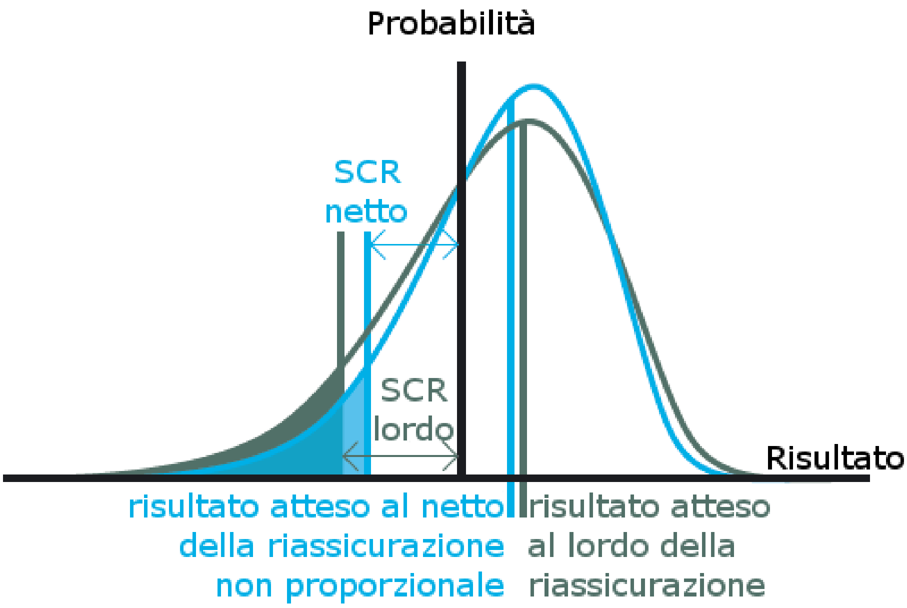


Figura 4 – Incidenza della riassicurazione non proporzionale nella determinazione del requisito di capitale. Empiricamente è dimostrato come queste forme portano a migliori risultati in termini di riduzione del SCR rispetto quelle proporzionali (Fonte: Swiss Re)

L'adozione di una forma o l'altra può pertanto avere ripercussioni importanti sul SCR anche in considerazione dalla scelta della compagnia assicurativa di calcolare il requisito di capitale con la formula standard, oppure preferire un modello interno o un modello interno parziale. Questo perché sebbene la formula standard possa vantare numerosi punti di forza, è pur vero che nei vari studi sull'impatto quantitativo (QIS[43]) sono sorti alcuni problemi che hanno portato a successive modifiche e necessari miglioramenti.

In particolar modo il QIS4 ha messo in evidenza come le riassicurazioni in forma proporzionale siano pienamente rispecchiate nella Formula Standard, portando queste a ragionevoli riduzioni del SCR. Problemi sono sorti invece riguardo alle riassicurazioni non proporzionali come i trattati Excess of Loss (XL) o Stop Loss, che sotto formula standard non riuscivano invece a creare

[43] Quantitative Impact Studies, sono una pratica di test sul campo avviata per valutare la realizzabilità , le implicazioni ed il possibile impatto degli approcci specificati sulla regolazione del capitale delle assicurazioni in ottica Solvency II (definizione secondo Lloyd)

quel ragionevole effetto di mitigazione del rischio voluto dalla normativa, in conseguenza di effetti economici non adeguatamente considerati (con il rischio di sottostimare o sovrastimare il SCR).

Il problema trova il suo fulcro nella loro maggiore complessità rispetto le forme proporzionali. A differenza di queste ultime, il prezzo di una riassicurazione non proporzionale non è legato al premio incassato dalla cedente ma alla copertura dell'esposizione prevista per contratto. Questo implica che per valutarne l'effetto di mitigazione del rischio è necessaria l'informazione sulle singole perdite. E poiché tali informazioni non sono disponibili in anticipo devono essere fatte delle assunzioni sulla distribuzione dell'importo del danno e sulla frequenza, e sotto queste ipotesi il prezzo sarà calcolato basandosi sul modello del costo sinistri medio (perdita attesa) invece che sul calcolo del capitale di rischio riferito al verificarsi dell'evento rovina in 200 anni. Ciò era trascurato dalla Formula Standard del QIS4, che nelle riassicurazioni non proporzionali utilizzava il prezzo come misura dell'effetto di mitigazione del rischio.

Come conseguenza le compagnie assicurative non ricevevano un'adeguata riduzione del requisito di capitale scegliendo una soluzione non proporzionale[44].

A fronte dei risultati conseguiti con il QIS4, le soluzioni da adottare per superare la mal considerazione delle forme non proporzionali erano comunque molteplici, come:

- la possibilità di utilizzo di un modello interno parziale invece della formula standard per produrre risultati più realistici e migliorare la considerazione delle forme non proporzionali in determinati contesti economici
- una rivisitazione dell'approccio da parte della Commissione Europea che, nel rispetto delle forme non proporzionali, permetta una maggiore flessibilità nella mitigazione del rischio

[44] Questo perché la Formula Standard utilizza una distribuzione log-normale che non consente un'adeguata considerazione dei rischi non lineari

E con gli studi seguenti il QIS4 la Formula Standard ha subito notevoli miglioramenti. La AMICE (Association of Mutual Insurers and Insurance Cooperatives in Europe), in cooperazione con un numero di riassicuratori europei (incluso Swiss Re), ha sviluppato in seguito una proposta per migliorare la considerazione delle riassicurazioni non proporzionali nella Formula Standard di Solvency II. Tale soluzione è stata largamente considerata nel quinto studio sull'impatto quantitativo (QIS5).

L'idea di base sotto l'approccio AMICE consiste nel calcolare un cosiddetto fattore di aggiustamento per le riassicurazioni non proporzionali, progettato per considerare l'effetto di assorbimento del rischio. Difatti, al fine di catturare adeguatamente l'effetto di mitigazione del rischio delle riassicurazioni non proporzionali, il fattore di aggiustamento è costruito con il fine di ridurre la deviazione standard. Questo a patto che siano verificate alcune condizioni, come il soddisfacimento dei principi di riconoscimento nella Formula Standard dello strumento riassicurativo utilizzato.

Il fattore di aggiustamento è calcolato per ogni Linea di Business (LOB), con i seguenti input:

- Priorità (l) e Portata (m) delle riassicurazioni non proporzionali: **m XS l**
- costo medio per sinistro e relativa deviazione standard (al lordo della riassicurazione e per ogni LOB)
- deviazione standard del premium risk a lordo della riassicurazione e relativa misura di volume

È infine ottenuto comparando la volatilità del costo sinistri al netto della riassicurazione con quella al lordo:

$$Fattore\ di\ aggiustamento = \sqrt{\frac{1+\left(\frac{deviazione\ standard\ dei\ sinistri\ netta}{costo\ medio\ del\ sinistro\ netto}\right)^2}{1+\left(\frac{deviazione\ standard\ dei\ sinistri\ lorda}{costo\ medio\ del\ sinistro\ lordo}\right)^2}}$$

Secondo quanto riportato da Swiss Re[45] nella sua analisi, tale approccio può effettivamente rappresentare un efficiente metodo di miglioramento del riconoscimento delle riassicurazioni non proporzionali, senza un significativo incremento della complessità di calcolo della Formula Standard di Solvency II.

Tale approccio presenta comunque i suoi limiti circa il trattamento di coperture su più anni e non affronta il problema delle strutture riassicurative più complesse.

È comunque da considerare che Solvency II consente l'utilizzo di modelli interni o modelli interni parziali in alternativa alla Formula Standard per il calcolo del requisito di capitale. Ogni metodo presenta i suoi pro e sui contro con riflessi sull'impatto della riassicurazione nella determinazione del SCR[46]. Modelli interni possono infatti adattarsi meglio alla situazione specifica della compagnia considerando ad esempio un effetto di diversificazione più forte (con correlazioni tra le LoB e tra Premium e Reserve risk più basse nel modello interno rispetto la Formula Standard).

Ogni assicurazione deve pertanto decidere quale modello si adatta meglio alla propria situazione scegliendo tra l'adozione della Formula Standard o di modelli interni o modelli interni parziali. Ciò si rifletterà in una diversa percezione della riassicurazione con riferimento ai suoi benefici.

In ogni caso, la riassicurazione resterà comunque uno strumento chiave per la mitigazione del rischio e la riduzione del requisito di capitale.

---

45 Cfr. "Consideration of non-proportional reinsurance under the Solvency II Standard Formula", Swiss Re 2010

46 Si legga il fact sheet Swiss Re – "How reinsurance impacts non-life insurers under Solvency II – a case study" per l'analisi su un caso studio

2 LA RIASSICURAZIONE E I CRITERI DI OTTIMALITÀ

2.1 Modalità e forme di riassicurazione

Il mantenimento di un'adeguata omogeneità nei rischi assicurati permette di limitare le fluttuazioni aleatorie del costo sinistri più facilmente garantendo notevole stabilità alla gestione assicurativa, ma come nel caso dell'autoassicurazione, focalizzarsi su questo obiettivo ne rende difficile la crescita dovendo limitare la sottoscrizione a nuovi contratti soltanto se soddisfano specifiche caratteristiche. È possibile risolvere tal problema conciliando gli obiettivi di stabilità e crescita proprio attraverso la sottoscrizione di un contratto di riassicurazione, che attraverso la scelta di un'adeguata modalità e di specifiche forme riassicurative, permetta di conseguirli entrambi.

Le modalità di riassicurazione possono prevedere la facoltà della cedente di scegliere contratto per contratto quale trasferire e in ugual modo la facoltà (rapporto Facoltativo/Facoltativo) del cessionario sulla raccolta. Modalità di questo tipo sono spesso scelte in complementarità a trattati di riassicurazione obbligatori (per coprire rischi diversi o eccedenti i limiti imposti dalla forma obbligatoria stipulata) che risultano più efficienti, proponendo un impegno preventivo circa la disciplina sulla cessione dei contratti appartenenti all'intero portafoglio e garantendone una copertura in forma automatica. Esistono anche modalità miste (Obbligatoria/Facoltativa e Facoltativa/Obbligatoria[47]) anche quest'ultime regolate da un Trattato di Riassicurazione.

Per sintetizzare, trattati facoltativi sono praticati per la riassicurazione dei singoli rischi, mentre trattati obbligatori sono praticati per riassicurazioni su interi portafogli[48].

---

[47] Anche detta Facob, espone il riassicuratore al rischio di antiselezione la cui copertura sarà attuata mediante la richiesta di premi maggiori rispetto un trattato automatico

[48] Nel seguito, se non diversamente specificato, faremo riferimento alle riassicurazioni stipulate nella forma di trattati obbligatori

Circa le forme riassicurative, ne esistono principalmente due macroclassi che stabiliscono i criteri di scambio dei rischi tra cedente e cessionario:

- Proporzionali
- Non proporzionali

cui va aggiunta una terza forma Mista, combinazione delle due.

La prima differenza sostanziale è che la forma proporzionale si esplica in una ripartizione dei rischi (ex-ante), mentre la non proporzionale si risolve in una ripartizione del danno (ex-post). Pertanto se per la prima è certo l'intervento del riassicuratore in caso di sinistro (restandone aleatoria solo l'entità), per la seconda l'intervento del riassicuratore è incerto.

Assumiamo per il seguito che il costo sinistri aggregato del portafoglio di un'impresa di assicurazione a un'epoca prefissata possa essere rappresentato da una variabile Poisson Composta

$$S = \sum_{j=1}^{m} \sum_{i=1}^{n_j} S_{ij} \quad , j = 1,2,...,m \text{ e } i = 1,2,...,n_j$$

dove:

- S_{ij} è l'importo del danno associato alla polizza ij
- m il numero di classi di rischio in cui è diviso il portafoglio contratti
- n_j il numero di polizze appartenenti alla j-esima classe di rischio

Ugualmente definiremo l'ammontare complessivo dei premi (puri[49]) incassati dall'assicuratore

$$P = \sum_{j=1}^{m} \sum_{i=1}^{n_j} P_{ij}$$

dove P_{ij} è il premio associato alla polizza ij.

Indicheremo invece con SI_{ij} la liability[50] riferita alla polizza ij.

---

[49] Si escludono caricamenti per spese

2.2 Riassicurazioni Proporzionali

Nella forma **Proporzionale** è la *proporzione* la componente caratterizzante. Assicurato e riassicuratore si accordano sulla ripartizione della copertura del rischio di ogni contratto del portafoglio, secondo un'aliquota di cessione τ_i (unica comune a tutti i contratti) o anche un vettore di aliquote $\{\tau_1, \tau_2, ..., \tau_n\}$ (diverse rischio per rischio o per classi di rischio) che indicano la proporzione di ripartizione sia dei premi sia dell'eventuale risarcimento relativo ciascun sinistro, in ottemperanza di un principio di proporzionalità.

Per ogni singolo rischio il riassicuratore riceverà pertanto $\tau_i P_i$ mentre l'assicuratore conserverà $(1-\tau_i)P_i$. In caso di sinistro il riassicuratore sarà responsabile per la quantità $\tau_i S_i$ e l'assicuratore dovrà coprire la quantità $(1-\tau_i)S_i$.

In riferimento all'intero portafoglio contratti, la parte di premio ceduta in riassicurazione corrisponderà alla quantità $P^{\text{Re}} = \sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n_j}\tau_{ij}P_{ij}$, mentre il premio trattenuto sarà $P^{R} = \sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n_j}(1-\tau_{ij})P_{ij}$.

A contraddistinguere ulteriormente i trattati di riassicurazione proporzionali è la caratteristica tale per cui l'assicuratore diretto cede i rischi alle condizioni originali concordate nel contratto stipulato con l'assicuratore. Il riassicuratore è pertanto coinvolto nel rischio sotto i medesimi termini e alle medesime condizioni dell'assicuratore diretto.

Le forme proporzionali più comuni sono la riassicurazione in *quota* e in *surplus*.

[50] Esposizione monetaria

2.2.1 Quota share

La riassicurazione in quota è tra le forme quella più semplice sia dal punto di vista computazionale che gestionale. Prevede che l'aliquota di cessione τ_i sia la stessa per l'intero portafoglio contratti (pertanto la definiremo semplicemente τ). La ripartizione sarà definita applicando tale aliquota alla liability dei contratti dell'intero portafoglio. Nel ramo incendi la liability può riferirsi all'intera somma assicurata oppure alla massima perdita stimata (ad esempio EML[51] o MPL[52]) mentre nelle assicurazioni di responsabilità civile unicamente al massimale di garanzia.

La liability della cedente per ogni rischio è pertanto ridotta della percentuale $1-\tau$ definita *aliquota di ritenzione*[53], in altre parole della parte di quota ceduta (Figura 5), così come sono ridotti della medesima percentuale anche premi e risarcimenti.

Il costo sinistri aggregato in seguito ad una riassicurazione in quota share risulterà

$$S^{\mathrm{Re}} = \sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n_j} \tau S_{ij} = \tau \sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n_j} S_{ij} = \tau S$$

e un risultato analogo sarà conseguito per il premio complessivo.

---

51 EML = Estimated Maximum Loss, perdita massima stimata o la più grande perdita che può presentarsi sotto normali condizioni di operazione, uso e prevenzione del danno sulla costruzione in questione, per cui ogni circostanza eccezionale (incidente o evento imprevisto) che potrebbe significativamente alterare il rischio è ignorata (definizione secondo Comité Européen des Assureurs)

52 MPL = Maximum Possible Loss, la massima possibile perdita che può presentarsi se tutte le concepibili circostanze negative si accumulano in un modo particolarmente sfavorevole (definizione secondo Klaus Gerathewohl, Reinsurance Principle and Practice, Vol. II, Karlsruhe 1982, p.97).

53 Col termine "ritenzione" si indica la porzione di rischio trattenuta dalla compagnia cedente

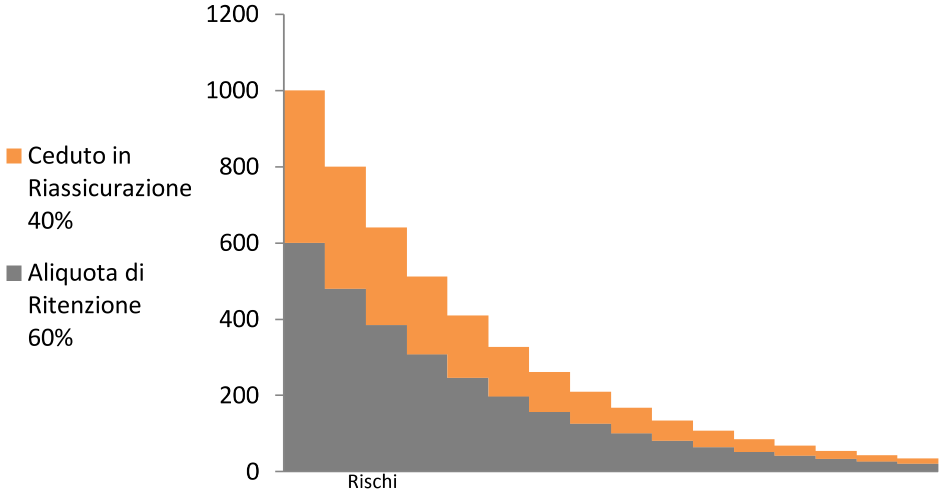


Figura 5 - Riassicurazione in Quota-Share con aliquota di ritenzione 60%

È evidente come una riassicurazione in quota sia molto semplice da adottare e apporti benefici dal punto di vista dell'assicuratore quali la riduzione della variabilità del risarcimento globale e impedisca l'antiselezione[54] dal punto di vista del riassicuratore, ma di contro non realizza un'efficace omogeneizzazione dei valori assicurati e quindi una riduzione della rischiosità comunque non soddisfacente.

È inoltre possibile che l'aliquota di ritenzione vari all'interno del portafoglio. Ad esempio, nel caso in cui il portafoglio sia suddiviso in molteplici classi di rischio l'assicuratore può decidere di adottare un trattato di riassicurazione che preveda differenti aliquote di ritenzione per ciascuna classe di rischio. Si parla in tal caso di riassicurazione in **Quota-Share Variabile**.

2.2.2 Surplus

Nella riassicurazione per eccedente di somma (o Surplus) l'assicuratore e il riassicuratore fissano un **pieno di conservazione** (R) corrispondente alla massima esposizione al rischio (in termini monetari) che l'assicuratore accetta di conservare in riferimento a ciascun contratto. La percentuale di cessione

[54] La possibilità che solo i rischi più pericolosi siano trasferiti

varia pertanto da contratto a contratto essendo questa funzione sia della somma assicurata che del pieno di conservazione scelto dalla compagnia cedente. L'aliquota di cessione è in tal caso definita come segue

$$\tau_{ij} = \max\left(0{,}1 - \frac{R}{SI_{ij}}\right)$$

mentre l'aliquota di ritenzione risulta

$$\left(1 - \tau_{ij}\right) = \min\left(1, \frac{R}{SI_{ij}}\right).$$

I rischi entro il pieno di conservazione sono pertanto conservati totalmente dall'assicuratore. Solo i rischi le cui liability eccedono il pieno sono ceduti in riassicurazione in una percentuale definita dal rapporto *porzione di liability oltre il pieno/liability complessiva* (Figura 6).

In caso di perdita totale (ovvero pari alla liability), la perdita conservata è

$$\min\left(1, \frac{R}{SI_{ij}}\right) \times SI_{ij} = SI_{ij} \qquad \text{se} \qquad SI_{ij} < R$$

$$\min\left(1, \frac{R}{SI_{ij}}\right) \times SI_{ij} = R \qquad \text{se} \qquad SI_{ij} > R$$

A tutela del riassicuratore è spesso definito un limite superiore di ceduto pari a un certo numero di pieni di conservazione indicato in linee, limitando la massima esposizione che l'assicuratore diretto può sottoscrivere. È chiaramente possibile che alcuni contratti eccedano tal esposizione e in tal caso l'assicuratore può decidere di conservare la percentuale eccedente il trattato di riassicurazione o stipulare un'ulteriore riassicurazione surplus, definita di secondo eccedente (riferendoci alla prima come riassicurazione di primo eccedente) e se necessario anche di terzo eccedente e così via fintanto che non se ne raggiunge la copertura integrale.

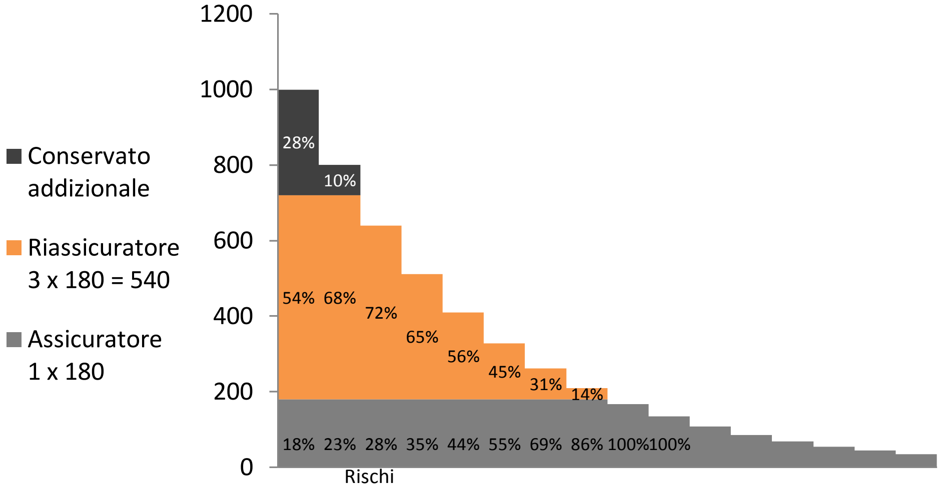


Figura 6 - Riassicurazione in Surplus considerando un pieno di conservazione pari a 180, 1 pieno conservato dalla cedente e 3 pieni ceduti in riassicurazione

La riassicurazione per eccedente di somma è pertanto caratterizzata da una maggiore complessità operativa rispetto alla riassicurazione in quota e, a differenza di questa, realizza un'efficace omogeneizzazione dei valori assicurati con una conseguente significativa riduzione della rischiosità di portafoglio. Per tale motivo la riassicurazione in Surplus è spesso utilizzata nel ramo incendi poiché propone un livellamento dell'esposizione al rischio, agendo in misura maggiore sui rischi più grandi e limitando al minimo l'esborso dell'assicuratore. Inoltre, sotto opportune ipotesi, è la forma cui è possibile ottenere la riduzione più ampia della probabilità di rovina[55].

Nella pratica, è possibile che un programma di surplus sia presentato con una **tabella di linee**. Ciò significa che l'ammontare della ritenzione non è più identico per l'intero portafoglio ma è fissato per gruppi di rischi simili, risultando in un portafoglio conservato dalla cedente qualitativamente più omogeneo. Sono in particolar modo i rischi sugli incendi a poter differire in termini qualitativi, in base a fattori quali la collocazione, la costruzione dell'edificio, il suo uso, le misure di prevenzione e protezione e altri. I rischi in portafoglio sono pertanto suddivisi in diverse classi con differenti

[55] Borsh K. H. (1972), Risk management and Company objectives

caratteristiche e la scelta dello stesso livello di ritenzione può portare a una perdita attesa non omogenea poiché dipendente dal tipo di rischio. Pertanto si scelgono differenti livelli di ritenzione per le diverse classi di rischio. Resta comunque il rischio di antiselezione per il riassicuratore.

In una riassicurazione con tabella di linee, l'aliquota di cessione risulta

$$\tau_{ij} = \max\left(0{,}1 - \frac{R_j}{SI_{ij}}\right)$$

dove la linea R_j può variare tra le differenti classi di rischio.

Al fine di fissare le linee, è solito nella pratica utilizzare uno dei seguenti metodi senza una reale giustificazione.

Un primo metodo per la costruzione di una tabella di linee consiste nel determinare un livello di ritenzione per ogni classe di rischio mirante a una massima perdita uguale in tutto il portafoglio. Questo significa che le linee sono definite come segue

$$R_1 \times q_1 = R_2 \times q_2 = \cdots = R_m \times q_m .$$

Questo metodo è definito della **frequenza inversa di reclamo**.

Un secondo metodo considera non solo la frequenza ma anche la severità del reclamo. In tal caso la tabella di linee è costruita in modo da ottenere la stessa perdita media per tutte le polizze, contrariamente alla stessa perdita massima del primo metodo. Questo significa che le linee sono definite come segue

$$R_1 \times rate_1 = R_2 \times rate_2 = \cdots = R_m \times rate_m$$

dove $rate_j = q_j EX_j$[56]. Questo metodo è definito della **rata inversa.**

[56] Specificazioni nel capitolo seguente

2.3 Riassicurazioni Non Proporzionali

A differenza delle riassicurazioni proporzionali, legate alla liability e basate su una cessione proporzionale, con le riassicurazioni non proporzionali sono l'ammontare del danno e la copertura a essere in primo piano.

Il verificarsi e l'ammontare di un sinistro sono casuali e riassicurazioni di questo tipo offrono alla compagnia cedente un ulteriore metodo per limitare l'importo massimo conservato del sinistro al di sotto di un livello di ritenzione ritenuto accettabile. È fondamentale sottolineare come la distribuzione dei sinistri e la distribuzione delle liability siano differenti e come questo sia di estrema importanza in tal caso, così com'è fondamentale il periodo considerato, giacché sostanzialmente solo le perdite che occorrono nel periodo contrattuale sono coperte.

Le forme non proporzionali più importanti sono la riassicurazione *excess of loss* e la riassicurazione *stop loss*.

2.3.1 Excess of Loss (XL)

Nella riassicurazione XL assicuratore e riassicuratore fissano un importo monetario, definito **priorità** (*deductible*) corrispondente al massimo risarcimento che l'assicuratore è disposto a farsi carico, con il riassicuratore che pagherà la quantità in eccesso e fino a un limite prestabilito detto **portata**.

In base alle modalità cui sono definite priorità e portata, si distinguono tre forme di riassicurazione XL:

- riassicurazione per *risk excess of loss (WXL/R)*
- riassicurazione per *event excess of loss (WXL/E)*
- riassicurazione *aggregate excess of loss*

Nella riassicurazione per *risk excess of loss* anche indicata con la sigla **WXL/R** (Working Excess of Loss cover per Risk) la priorità è fissata in base al singolo sinistro che colpisce un dato contratto in portafoglio.

È solito indicare, in queste riassicurazioni, la *fascia di copertura* (layer of cover) come la regione che va dalla priorità alla portata. Se indichiamo la priorità con *l* e la portata con *m*, è possibile riferirsi a una copertura excess of loss con la seguente forma: **m XS l**.

È usuale inoltre la presenza di più layer al fine di operare una copertura completa (o che soddisfi gli obiettivi di copertura prefissati) per quei sinistri che superano la portata del primo layer. Le riassicurazioni possono specializzarsi in specifici layer imponendo limiti alla propria esposizione al fine di rispettare gli stessi. I layer difatti presentano caratteristiche differenti, con i più bassi esposti a una frequenza maggiore dei sinistri rispetto quelli successivi. Solitamente ci si riferisce al primo layer con il termine *working layer* e a quelli più alti con il termine *sleep easies*.

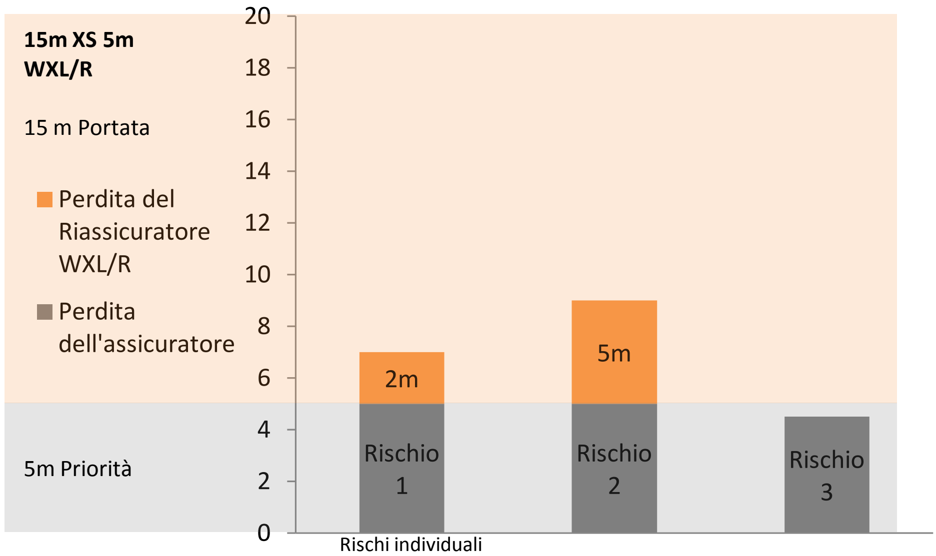


Figura 7 - Riassicurazione WXL/R con copertura 15.000.000 XS 5.000.000

Nella riassicurazione per *event excess of loss*, brevemente **WXL/E** (Working Excess of Loss cover per Event), con il medesimo meccanismo alla base della WXL/R, sono definite una priorità *l* e una portata *m* ma stavolta non riferiti al singolo sinistro bensì al singolo evento. Questo comporta delle evidenti differenze nella gestione del trattato poiché riconosce la causa del sinistro nell'evento e non nell'assicurato, adattandosi meglio a portafogli i cui rischi assicurati risultano adeguatamente indipendenti.

Riprendendo l'esempio in Figura 7, supponendo la medesima copertura 15m XS 5m e che i sinistri siano riconducibili tutti al medesimo evento, una riassicurazione WXL/E porta alla situazione in Figura 8.

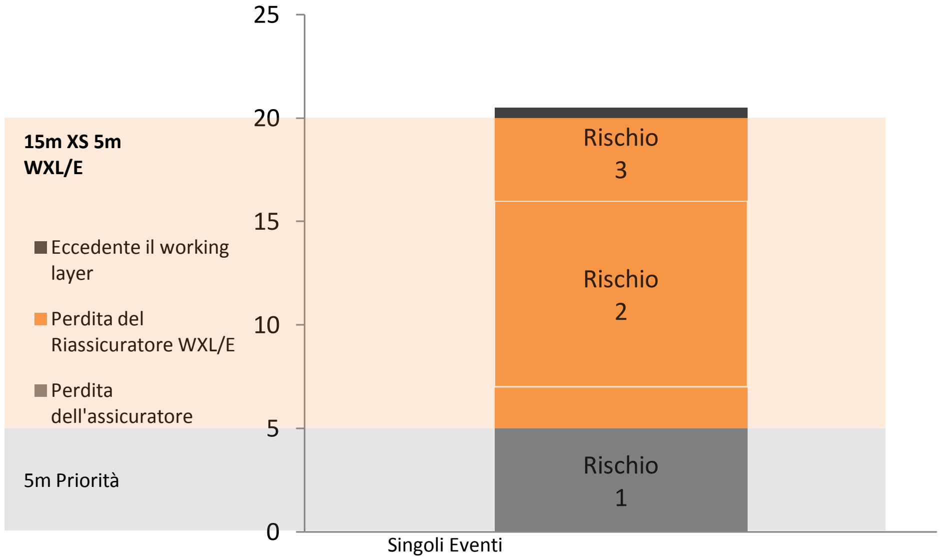


Figura 8 - Riassicurazione WXL/E con copertura 15.000.000 XS 5.000.000

Infine, nella riassicurazione ***aggregate excess of loss*** la compagnia di assicurazione si tutela dalle perdite inerenti gruppi di rischi omogenei o interi rami fissando una priorità con riferimento al risarcimento globale scaturito dall'intero portafoglio contratti descritto nel trattato. Vantaggi evidenti di quest'ultima forma si osservano per l'assicuratore, il quale ottiene in tal modo la copertura dell'eventuale eccedenza positiva del risarcimento globale rispetto le sue previsioni, mentre al riassicuratore sarà ceduta la restante parte la cui elevata aleatorietà nell'ammontare la rende particolarmente sgradita.

2.3.2 Stop Loss

La riassicurazione stop loss opera in modo analogo alla riassicurazione aggregate excess of loss, in quanto anche in tal caso il cessionario si farà carico dell'onere riferito all'ammontare globale dei sinistri che eccede il limite stabilito. L'unica differenza sussiste nel fatto che la priorità globale è definita, nel caso della stop loss, come un valore percentuale anziché un importo monetario.

In particolare, questa percentuale è definita dal rapporto sinistri a premi di competenza del portafoglio, denominato *loss ratio* e corrispondente al massimo risarcimento, in percentuale dei premi, che l'assicuratore è disposto a farsi carico in conseguenza dei sinistri che hanno colpito il portafoglio.

Comparata alle altre riassicurazioni non-proporzionali, la copertura stop loss fondamentalmente fornisce agli assicuratori la più completa protezione per i loro affari nella loro conservazione[57], ma ugualmente alla aggregate excess of loss presenta un importante rischio di *moral hazard*[58] per il riassicuratore. Per tale motivo risulta particolarmente vantaggiosa per la cedente e poco gradita dal riassicuratore.

2.3.3 E.CO.MO.R.

Un ulteriore elemento caratterizzante le riassicurazioni non proporzionali deriva dall'impatto dell'**inflazione** sull'ammontare del costo dei sinistri. Un'inflazione di anno in anno più alta comporta una lievitazione dell'ammontare dei risarcimenti, che senza una specifica regolamentazione graverebbe esclusivamente sul riassicuratore. Ecco perché spesso nei trattati di riassicurazione è presente una particolare clausola, definita *clausola di stabilità*[59],

---

[57] Cfr. Swiss RE – Proportional and non-proportional reinsurance

[58] Comportamento opportunistico post-contrattuale attuato dall'assicurato che si manifesta in una riduzione della prudenza necessaria per evitare o minimizzare le perdite, confidando nell'impossibilità della controparte di verificare la presenza di dolo o la negligenza

[59] Clausola spesso presente nel contratto di riassicurazione attraverso la quale è definita una distribuzione proporzionale dell'inflazione tra cedente e cessionario sulla base di quanto

che consente di ripartire l'incremento del costo dei sinistri derivante dall'inflazione tra cedente e cessionario.

È possibile peraltro che tale incremento sia gestito anche direttamente dalla tipologia di riassicurazione applicata definita dal trattato. La riassicurazione **E.CO.MO.R** (Excedent du COut MOyen Relatif[60]) assolve il suddetto scopo limitando gli effetti negativi dell'inflazione. Nell'ipotesi che i rischi siano ordinati in senso non crescente, la riassicurazione ECOMOR opera in maniera del tutto analoga alla forma excess of loss, con la differenza che in tal caso la priorità è identificata nell'ammontare del m-esimo sinistro, trasferendo in riassicurazione i sinistri eccedenti tale priorità[61].

---

stabilito dal trattato. Gli importi sono indicizzati attraverso l'utilizzo di un indice di riferimento (indice dei salari, dei prezzi al consumo,…)

[60] A. Thépaut - Le traité d'excedent du cout moyen relatif (ECOMOR), 1950

[61] Da notare come ciò implica un trasferimento in riassicurazione dei sinistri di importo maggiore, ovvero i primi (più grandi) m-1 sinistri

2.4 Riassicurazione ottimale

Generalmente la letteratura è d'accordo sul considerare le forme non proporzionali come le coperture Excess of Loss e Stop Loss più efficienti rispetto le forme proporzionali. Ad esempio Vermandele e Denuit (1998) hanno dimostrato come il livello di ritenzione di un assicuratore coperto da trattati Excess of Loss e Stop Loss sia (sotto opportune ipotesi) il più basso tra tutti i trattati di riassicurazione. Nonostante ciò, esistono numerose ragioni che garantiscono la persistenza delle riassicurazioni proporzionali nella pratica, tra le quali:

- i comportamenti di tipo Moral Hazard che la compagnia cedente può adottare dopo la stipula di una copertura Stop Loss
- notevoli difficoltà nel pricing di coperture Stop Loss e (in misura minore) Excess of Loss
- i fattori di caricamento per coperture non proporzionali possono differire notevolmente da quelli richiesti per coperture proporzionali

Coperture proporzionali possono essere molto desiderabili e vale pertanto la pena analizzare le loro proprietà di ottimizzazione.

Nel capitolo seguente sarà trattato il problema circa la scelta di varie coperture riassicurative in base all'adozione di alcuni dei criteri di ottimalità proposti nella letteratura, esaminando nello specifico il caso di un portafoglio di polizze sugli incendi diviso in 4 diverse classi di business.

In questo capitolo ci soffermeremo invece sulla formalizzazione della procedura utilizzata per suddetta analisi attraverso la definizione dei criteri di ottimalità utilizzati, con l'estensione dei risultati a tutte le forme riassicurative utilizzate seguendo una convex approssimation (approssimazione convessa) proposta da Glineur e Walhin[62].

Tra i molteplici criteri di ottimalità proposti in letteratura, in questo testo saranno considerati due criteri:

---

[62] Glineur e Walhin (2006), de Finetti's Retention Problem for Proportional Reinsurance Revisited

- il criterio de Finetti[63], che consiste nel minimizzare la varianza della perdita conservata sotto il vincolo che il guadagno atteso sia fissato
- il criterio RORAC, che consiste nel massimizzare il ritorno di capitale aggiustato per il rischio del rischio conservato

2.4.1 Il risultato de Finetti per la riassicurazione proporzionale

Consideriamo un portafoglio con n rischi indipendenti $S_1, S_2, ..., S_n$ con premi $P_1, P_2, ..., P_n$. Assumiamo che ogni rischio possa essere protetto da una riassicurazione proporzionale con aliquota di cessione τ_i. Assumiamo anche che il riassicuratore carica il premio in accordo con il *principio del valore atteso* con caricamento ξ_i: il premio riassicurativo sarà pertanto $(1+\xi_i)\tau_i ES_i$.

de Finetti (1940) propone di scegliere le aliquote di cessione τ_i minimizzando la varianza del guadagno dell'assicuratore dato un assegnato livello di guadagno atteso. Il guadagno dell'assicuratore è dato da

$$Z(\bar{\tau}) = \sum_{i=1}^{n} \left(P_i - (1+\xi_i)\tau_i ES_i - (1-\tau_i)S_i \right)$$

dove $\bar{\tau}$ è il vettore di aliquote di cessione: $\bar{\tau} = (\tau_1, \tau_2, ..., \tau_n)$. Le aliquote di cessione sono fornite dalla soluzione del seguente programma di minimizzazione della varianza

$$\min VarZ(\bar{\tau}) \tag{2.1}$$

soggetto ai vincoli

$$EZ(\bar{\tau}) = k \tag{2.2}$$

$$\tau_i \geq 0 \quad , i = 1, 2, ..., n \tag{2.3}$$

$$\tau_i \leq 1 \quad , i = 1, 2, ..., n \tag{2.4}$$

---

63 Bruno de Finetti (1940), Il problema dei pieni

dove k denota il risultato atteso scelto dall'assicuratore.

de Finetti fornisce il seguente valore ottimale per le aliquote di cessione:

$$\tau_i = \min\left(1, \max\left(0, 1 - \frac{c\xi_i ES_i}{VarS_i}\right)\right) \tag{2.5}$$

dove c è una costante che deve essere calcolata a posteriori ponendo la (2.5) nella (2.2).

La dimostrazione di de Finetti è basata sui risultati di un'ottimizzazione classica sotto il vincolo di uguaglianza soltanto (2.2): inizia quindi ignorando i vincoli di diseguaglianza (2.3) e (2.4) definendo un intervallo ammissibile per le aliquote di cessione. La soluzione derivante dalla minimizzazione della varianza del guadagno $Z(\bar{\tau})$ sotto il solo vincolo circa il valore atteso (2.2) è immediatamente ottenuto con la seguente

$$\tau_i = 1 - \frac{c\xi_i ES_i}{VarS_i} \tag{2.6}$$

dove c è un moltiplicatore di Lagrange introdotto per il vincolo (2.2). Successivamente, come osservato da Bühlmann (1970), de Finetti mostra che il valore dato dalla (2.5) (che corrisponde semplicemente alla (2.6) adattata per essere compresa tra 0 e 1) è effettivamente la soluzione corretta del programma originale di minimizzazione includendo anche i vincoli di diseguaglianza (2.3) e (2.4).

2.4.2 Ottimizzazione non lineare

La seguente dimostrazione del risultato di de Finetti si basa su un risultato derivante dall'utilizzo di un'approssimazione convessa, che generalizza la nozione di moltiplicatore di Lagrange nel caso in cui vi siano vincoli di diseguaglianza. Consideriamo il seguente problema di ottimizzazione con sia i vincoli di eguaglianza che di diseguaglianza:

$$\min f(x) \tag{2.7}$$

soggetto a vincoli

$$\begin{aligned} g_j(\bar{x}) &\leq c_j \quad &, j = 1,2,\ldots,m \\ h_k(\bar{x}) &= d_k \quad &, k = 1,2,\ldots,p \end{aligned}$$

dove $\bar{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ è un vettore incognito e le funzioni f, g_j e h_k definite in $\Re^n$ definiscono obiettivo e vincoli. Questa è una formulazione standard di un generale problema di ottimizzazione non lineare.

Introduciamo la seguente quantità, chiamata Lagrangiana:

$$L(\bar{x}, \bar{\mu}, \bar{\lambda}) = f(\bar{x}) + \sum_{j=1}^{m} \mu_j \left(g_j(\bar{x}) - c_j\right) + \sum_{k=1}^{P} \lambda_k \left(h_k(\bar{x}) - d_k\right)$$

dove le quantità μ_j $(j = 1,2,\ldots,m)$ e λ_k $(k = 1,2,\ldots,p)$ sono moltiplicatori di Lagrange per i vincoli $g_j(\bar{x}) \leq c_j$ e $h_k(\bar{x}) = d_k$ rispettivamente. Le seguenti condizioni di primo ordine, conosciute come condizioni Karush-Kuhn-Tucker (KKT), sono necessarie per l'ottimalità del vettore $\bar{x}$:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial x_i} L(\bar{x}, \bar{\mu}, \bar{\lambda}) = 0 && per \quad i = 1,2,\ldots,n \\ \mu_j \geq 0, \quad g_j(\bar{x}) \leq c_j \quad &e \quad \mu_j \left(g_j(\bar{x}) - c_j\right) = 0 && per \quad j = 1,2,\ldots,m \\ &h_k(\bar{x}) = d_k && per \quad k = 1,2,\ldots,p \end{aligned}$$

(da notare come non ci sono vincoli di diseguaglianza, il secondo termine nella Lagrangiana e il secondo set di vincoli sono entrambi scomparsi e otteniamo il risultato classico comprendendo i moltiplicatori di Lagrange per l'ottimizzazione sotto i vincoli di eguaglianza).

2.4.3 Ottimizzazione convessa

Un rilevante inconveniente con il risultato sopra ottenuto è che questo non fornisce una condizione sufficiente per assicurare l'ottimalità del vettore dato. Al fine di migliorarlo, è necessario introdurre la nozione di funzione convessa: una funzione f definita in $\Re^n$ è detta convessa se e solo se vale la seguente disuguaglianza

$f\left(\theta\overline{x}+(1-\theta)\overline{y}\right)\leq\theta f\left(\overline{x}\right)+(1-\theta)\,f\left(\overline{y}\right)$ per ogni θ appartenente all'intervallo $[0,1]$ e $\overline{x},\overline{y}\in\Re^n$

Un problema di ottimizzazione non lineare nella forma (2.7) è convesso a sua volta se possiamo assicurare che la funzione obiettivo f e le funzioni di disuguaglianze g_j sono convesse mentre le funzioni h_k sono lineari. È noto in tal caso che le condizioni di ottimalità KKT sono sufficienti, ovverosia che ogni soluzione al sistema KKT sia un minimo assoluto per il problema di minimizzazione (2.7). Minimizzare il programma originale o risolvere le condizioni del sistema KKT è pertanto completamente equivalente nel caso di un problema convesso.

2.4.4 L'ottimizzazione convessa per le riassicurazioni proporzionali

Al fine di dimostrare il risultato di de Finetti circa il problema di minimizzazione (2.1), mostreremo innanzitutto come questo sia convesso, il che significa che scrivere e risolve le condizioni di ottimalità KKT sarà sufficiente per trovare le soluzioni ottime.

L'obiettivo del programma di minimizzazione (2.1) può essere scritto nel modo seguente

$$VarZ(\overline{\tau})=Var\left[-\sum_{i=1}^{n}(1-\tau_i)S_i\right]=\sum_{i=1}^{n}(1-\tau_i)^2 VarS_i$$

mentre il valore atteso può essere valutato come segue

$$\begin{aligned}
EZ\left(\overline{\tau}\right) &= \sum_{i=1}^{n}E\left(P_i-(1+\xi_i)\tau_i ES_i\right)-(1-\tau_i)S_i \\
&= \sum_{i=1}^{n}\left(P_i-(1+\xi_i)\tau_i ES_i-(1-\tau_i)ES_i\right) \\
&= \sum_{i=1}^{n}\left(P_i-\xi_i\tau_i ES_i-ES_i\right)
\end{aligned}$$

ciò conduce al seguente problema di minimizzazione

$$\min \sum_{i=1}^{n} (1-\tau_i)^2 VarS_i$$

sotto i vincoli

$$\sum_{i=1}^{n} \xi_i ES_i \tau_i \;=\; -k + \sum_{i=1}^{n} P_i - \sum_{i=1}^{n} ES_i \tag{2.8}$$

$$\begin{aligned} \tau_i &\le 1 \quad ,i = 1,2,...,n \\ -\tau_i &\le 0 \quad ,i = 1,2,...,n \end{aligned}$$

Questo è il programma di ottimizzazione convessa[64]: effettivamente, la funzione obiettivo è convessa (come somma di semplici funzioni quadratiche convesse), così come le funzioni τ_i e $-\tau_i$ che definiscono i vincoli di diseguaglianza (poiché una funzione lineare è certamente anche convessa). Inoltre, anche i vincoli di eguaglianza (2.8) sono lineari, il che implica che l'intero problema è convesso e quindi che le condizioni di ottimalità KKT sono sufficienti.

La Lagrangiana è la seguente

$$\begin{aligned} L(\overline{\tau},\overline{y},\overline{z},\lambda) \;&=\; \sum_{i=1}^{n}\left[(1-\tau_i)^2 VarS_i + y_i(\tau_i - 1) + z_i(-\tau_i)\right] \\ &+\; \lambda\left(\sum_{i=1}^{n} \xi_i ES_i \tau_i + k - \sum_{i=1}^{n} P_i + \sum_{i=1}^{n} ES_i\right) \end{aligned}$$

dove introduciamo il moltiplicatore di Lagrange λ per il vincolo di eguaglianza e i moltiplicatori di Lagrange y_i e z_i per i vincoli di diseguaglianza $\tau_i \le 1$ e $-\tau_i \le 0$. Possiamo ora scrivere le condizioni KKT:

[64] F.Glineur, J-F.Walhin, (2006), de Finetti's Retention Problem for Proportional Reinsurance Revisited

$$
\begin{aligned}
2VarS_i\left(\tau_i-1\right)+\lambda\xi_i ES_i+y_i-z_i &= 0 \quad i=1,2,...,n\\
y_i\left(\tau_i-1\right) &= 0 \quad i=1,2,...,n\\
z_i\tau_i &= 0 \quad i=1,2,...,n\\
y_i &\geq 0 \quad i=1,2,...,n\\
z_i &\geq 0 \quad i=1,2,...,n\\
\tau_i &\geq 0 \quad i=1,2,...,n\\
\tau_i &\leq 1 \quad i=1,2,...,n
\end{aligned}
$$

$$
\sum_{i=1}^{n}\xi_i ES_i\tau_i = -k+\sum_{i=1}^{n}P_i-\sum_{i=1}^{n}ES_i
$$

Procediamo ora nella risoluzione del problema. Ignoriamo al momento l'ultima condizione KKT e consideriamo una specifica polizza i: si considerano tre potenziali situazioni

1 Se assumiamo $z_i>0$, il secondo e il terzo set di condizioni KKT implicano conseguentemente che $\tau_i=0$ e $y_i=0$, e il primo set di condizioni KKT forniscono nel dettaglio

$$z_i=\lambda\xi_i ES_i-2VarS_i.$$

Poiché deve essere soddisfatta anche la condizione $z_i\geq 0$, ciò è verificato solo se

$$\lambda\xi_i ES_i\geq 2VarS_i \Leftrightarrow \frac{\lambda\xi_i ES_i}{2VarS_i}\geq 1$$

(e in tal caso tutte le altre condizioni KKT –ignorando l'ultima- sono soddisfatte)

2 Similmente, se supponiamo che $y_i>0$, il secondo e il terzo set di condizioni KKT garantiranno di conseguenza che $\tau_i=1$ e $z_i=0$, che implicherà

$$y_i=-\lambda\xi_i ES_i$$

che, poiché deve essere $y_i\geq 0$, sarà possibile solo quando

$$\frac{\lambda\xi_i ES_i}{2VarS_i}\leq 0$$

(e in tal caso tutte le condizioni KKT –ignorando l'ultima- sono soddisfatte)

3 Infine, considerando l'ultima situazione dove sia $y_i = 0$ che $z_i = 0$, si osserva che il primo set di condizioni KKT implica che

$$\tau_i = 1 - \frac{\lambda \xi_i ES_i}{2VarS_i},$$

che sarà ammissibile se e solo se

$$0 \leq \frac{\lambda \xi_i ES_i}{2VarS_i} \leq 1$$

(e in tal caso tutte le altre condizioni –ignorando l'ultima- sono soddisfatte)

La situazione è ora chiara: in tutte e tre i casi, la quantità cruciale

$$\phi_i = \frac{\lambda \xi_i ES_i}{VarS_i}$$

ha uno specifico range ($\phi_i \geq 1$ nel primo caso, $\phi_i \leq 0$ nel secondo e $0 \leq \phi_i \leq 1$ nell'ultimo), ed è possibile controllare facilmente come la seguente formula fornisca una descrizione perfetta per tutti e tre i casi:

$$\tau_i = \min(1, \max(0, 1 - \phi_i))$$

Si osserva che il valore ottimo per le variabili τ_i è funzione solo di ϕ_i, che a sua volta dipende solo dai dati del problema e dal moltiplicatore λ.

L'ultimo problema che bisogna risolvere riguarda la scelta di λ e l'ultima equazione KKT: innanzitutto osserviamo che poiché si ha $0 \leq \tau_i \leq 1$, la parte sinistra $\sum_{i=1}^{n} \xi_i ES_i \tau_i$ può variare *a priori* tra i due limiti seguenti

$$B^- = \sum_{i|\xi_i<0} \xi_i ES_i \leq \sum_{i=1}^{n} \xi_i ES_i \tau_i \leq \sum_{i||\xi_i>0} \xi_i ES_i = B^+.$$

Mostriamo ora come la scelta di un λ adatto può riguardare ogni valore in questo intervallo. Assumiamo inizialmente che λ abbia valore positivo: ogni ϕ_i tale che $\xi_i < 0$ sarà negativo, così il corrispondente τ_i sarà uno. Inoltre, se il valore di λ è sufficientemente grande, ogni ϕ_i tale che $\xi_i > 0$ sarà maggiore di 1, implicando che il corrispondente τ_i assumerà valore 0. Questo indica che in tal caso la quantità alla sinistra dell'equazione avrà raggiunto il suo limite inferiore B^-.

Se si fa diminuire λ verso zero, ogni ϕ_i positivo diminuirà a sua volta e ad un certo punto ogni τ_i corrispondente inizierà ad aumentare continuamente (con tutta la parte sinistra), finché non diverranno tutti pari ad 1 (nel frattempo, ogni τ_i corrispondente ad un ξ_i negativo è rimasto uguale ad 1). A questo punto, la quantità sul lato sinistro sarà uguale a $B^+ + B^- = \sum_{i=1}^n \xi_i ES_i$. Riducendo ulteriormente λ in un dominio negativo, osserviamo che ogni τ_i corrispondente ad un ξ_i negativo inizierà a diminuire (mentre le altre τ_i rimarranno uguali ad 1), implicando un incremento continuo della quantità sul lato sinistro, finché tutte le τ_i diverranno zero: a tal punto, la quantità sul lato sinistro raggiunge il suo limite superiore B^+ e manterrà quel valore per tutti i più piccoli valori di λ.

Deduciamo da questo che il sistema di equazioni KKT ammette una soluzione se e solo se la parte sul lato destro dell'equazione è compresa tra B^- e B^+, cioè quando

$$B^- = \sum_{i|\xi_i<0} \xi_i ES_i \leq -k + \sum_{i=1}^n P_i - \sum_{i=1}^n ES_i \leq \sum_{i|\xi_i>0} \xi_i ES_i = B^+$$

che è equivalente a

$$\sum_{i=1}^n P_i - \sum_{i=1}^n ES_i - \sum_{i|\xi_i>0} \xi_i ES_i \leq k \leq \sum_{i=1}^n P_i - \sum_{i=1}^n ES_i - \sum_{i|\xi_i<0} \xi_i ES_i \qquad (2.9)$$

Possiamo fare le seguenti interpretazioni:

1 $\sum_{i=1}^n P_i - \sum_{i=1}^n ES_i$ corrisponde al margine dell'assicuratore prima di qualsiasi cessione in riassicurazione

2 $\sum_{i|\xi_i>0} \xi_i ES_i$ corrisponde al massimo margine positivo del riassicuratore

3 $\sum_{i|\xi_i<0} \xi_i ES_i$ corrisponde al massimo margine negativo del riassicuratore

Possiamo ora commentare l'intuizione attuariale dietro la (2.9):

1 Se la prima diseguaglianza nella (2.9) non è soddisfatta, significa che il costo della riassicurazione non può ridurre il margine a partire dal richiesto $EZ(\bar{\tau}) = k$. Il problema in tal caso non ha soluzione

2 Se la seconda diseguaglianza nella (2.9) non è soddisfatta, significa che il guadagno fornito dalla copertura riassicurativa non è abbastanza da raggiungere il richiesto $EZ(\bar{\tau}) = k$. Anche in tal caso il problema non ha soluzioni.

Combinando questi risultati con la formula de Finetti si ottiene

$$\tau_i = \min\left(1, \max\left(0, 1 - \frac{\lambda \xi_i ES_i}{2VarS_i}\right)\right) \tag{2.10}$$

dove λ è calcolato ponendo la (2.10) nella (2.8) (che è possibile fintanto che la (2.9) è soddisfatta). Il fatto che il sistema di equazioni KKT è sia necessario che sufficiente mostra come questo fornisca effettivamente il valore ottimo dell'aliquota di cessione in tutti i casi.

2.4.5 L'ottimizzazione convessa per la riassicurazione in Quota Share variabile

Applichiamo i risultati conseguiti in precedenza al caso in cui il portafoglio è suddiviso in molteplici classi con ognuno una specifica aliquota di cessione (quota share variabile).

Assumiamo che il portafoglio di rischi indipendenti sia suddiviso in m classi, con $n = n_1 + n_2 + \ldots + n_m$. Il risultato diviene

$$Z(\bar{\tau}) = \sum_{j=1}^{m} \sum_{i=1}^{n_j} \left(P_i^j - \left(1 + \xi_i^j\right)\tau_j ES_i^j - \left(1 - \tau_j\right)S_i^j\right).$$

Usando le medesime argomentazioni di prima possiamo mostrare che l'aliquota ottima di cessione è data dalla seguente

$$\tau_j = \min\left(1, \max\left(0, 1 - \frac{\lambda \sum_{i=1}^{n_j} \xi_i^j ES_i^j}{2\sum_{i=1}^{n_j} VarS_i^j}\right)\right)$$

dove λ è una costante data dalla costrizione $EZ(\overline{\tau}) = k$. Ci sarà una soluzione quando

$$\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n_j}\left(P_i^j - ES_i^j\right) - \sum_{i,j \mid \xi_i^j > 0} \xi_i^j ES_i^j \le k \le \sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n_j}\left(P_i^j - ES_i^j\right) - \sum_{i,j \mid \xi_i^j < 0} \xi_i^j ES_i^j$$

(2.11)

2.4.6 L'ottimizzazione convessa per la riassicurazione in Surplus con una Tabella di Linee

Per una riassicurazione in Surplus con una Tabella di Linee, definendo $Q_i = \frac{S_i}{SI_i}$ la perdita relativa per il rischio i-esimo, si ottiene la tabella di linee ottima definendo i pieni di conservazione come segue:

$$R_j = 1 - \frac{\lambda \sum_{i=1}^{n_j} \xi_i^j EQ_i^j}{2\sum_{i=1}^{n_j} VarQ_i^j}$$

dove λ è una costante data dalla costrizione $EZ(\overline{\tau}) = k$. Ci sarà una soluzione solo se la condizione (2.11) è soddisfatta.

2.5 Valutazione della performance

La scelta della politica ottima secondo il metodo de Finetti consente quindi il conseguimento di una ricercata efficienza dal punto di vista della gestione del rischio della compagnia assicurativa. Sebbene ottenere risultati quali la minimizzazione della rischiosità insita nel portafoglio contratti gestito corrisponde all'obiettivo primario cui un'impresa di assicurazione si impone di raggiungere, è pur vero che la pratica riassicurativa consiste in una scelta strategica che l'assicuratore pondera di adottare ben consapevole che agli enormi benefici, analizzati formalmente nelle sezioni precedenti e con un caso pratico nella seguente, si affiancano conseguenze come una limitazione dei risultati economici, dovendo trasferire parte dei guadagni attesi in riassicurazione.

Al fine di valutare in maniera esaustiva la strategia riassicurativa che si vuol adottare è necessario pertanto valutarla anche sotto il punto di vista della performance, in quanto ogni prospettiva e/o scelta strategica potrà modificarsi in funzione sia di essa che del rischio, tant'è che quest'ultimo può essere inteso come un vero e proprio "freno e molla[65]" della performance aziendale.

In letteratura si è ormai legato da anni il concetto di performance a quello della creazione del valore, seppure cosa si intenda per valore (e chi debba soddisfare principalmente) è ancora oggetto delle diatribe tra le diverse scuole di pensiero. Esula da questo elaborato il soffermarsi su tal dibattito così come proporre anche solo una panoramica delle varie metodologie per la determinazione della performance aziendale. Piuttosto ci soffermeremo sulle metodologie di valutazione della performance più utilizzate in ambito assicurativo, con occhio di riguardo verso il ramo danni.

2.5.1 Il risk-Adjusted capital e gli indici risk adjusted

Misurazione e valutazione della performance sono parte integrante del processo decisionale di qualsiasi impresa, ed ogni analisi su tali aspetti non può prescindere dal contesto aziendale cui essi si riferiscono. Se quindi già evidenti

[65] Bertini (1968)

differenze sussistono tra un'impresa commerciale e un'impresa di assicurazione, differenze sostanziali circa la gestione della performance sussistono anche tra assicurazioni appartenenti al ramo vita e ramo danni, in dipendenza del fatto che esistono evidenti differenze tra i business cui sono orientate (a lungo termine per le prime e nel breve termine per le seconde). Se infatti le assicurazioni sulla vita hanno tipicamente una durata di molti anni, le assicurazioni danni invece hanno durata annuale e devono essere rinnovate. Come conseguenza, ai fini della valutazione delle performance, le assicurazioni danni utilizzano metodi di misurazione che si basano sulla performance in periodi specifici senza tenere in considerazione attese sui profitti futuri, mentre le assicurazioni vita utilizzano misure basate sulla proiezione dei cash flow futuri, più appropriate per la valutazione dei business nel lungo termine[66].

In ambo i casi, una valutazione della performance che non considera il profilo di rischio fornisce una rappresentazione solo parziale e distorsiva della stessa, tanto più se, come avviene nelle compagnie assicurative, tale performance dipende in maniera preponderante proprio dai rischi insiti nei capitali gestiti. Da qui l'esigenza di correggere le misure della redditività al rischio.

Misure coerenti in ambito assicurativo possono pertanto essere fornite dalle Risk Adjusted Perfomance Measures (RAPM), definite nella seguente forma:

$$\frac{Reddito}{Capitale}$$

Le componenti di questo rapporto saranno chiaramente aggiustate in funzione del rischio, o singolarmente o entrambe, portando alla definizione di diversi indicatori quali:

- Risk Adjusted Return on Capital (RAROC)

  $$RAROC = \frac{Risk\ Adjusted\ Return}{Capital}$$

  dove la correzione avviene al numeratore
- Return on Risk Adjusted Capital (RORAC)

[66] C. Kraus, 2011, EVA/RAROC versus MCEV Earnings: A Unification Approach

$$RORAC = \frac{Return}{Risk\ Adjusted\ Capital}$$

dove la correzione avviene al denominatore

– Risk Adjusted Return on Risk Adjusted Capital (RARORAC)

$$RARORAC = \frac{Risk\ Adjusted\ Return}{Risk\ Adjusted\ Capital}$$

dove la correzione avviene sia al numeratore che denominatore.

Il calcolo di indici quali il RORAC e il RARORAC comporta pertanto la determinazione del capitale a rischio. Dovendo le compagnie assicurative garantire la propria solvibilità, in altre parole la copertura con elevata probabilità degli impegni aleatori assunti, è d'obbligo che disponga di capitale a sufficienza per soddisfare tale necessità. Il capitale a rischio non sarà rappresentato pertanto dal capitale disponibile (anche definito capitale economico) bensì dalla quantità minima di capitale che l'assicuratore ha tecnicamente bisogno al fine di coprire i rischi assunti, ovvero il risk-Adjusted capital (RAC).

Il RAC dipende dalla misura di rischio scelta (ad esempio il VaR o il TVaR) nonché dal livello di tolleranza del rischio α.

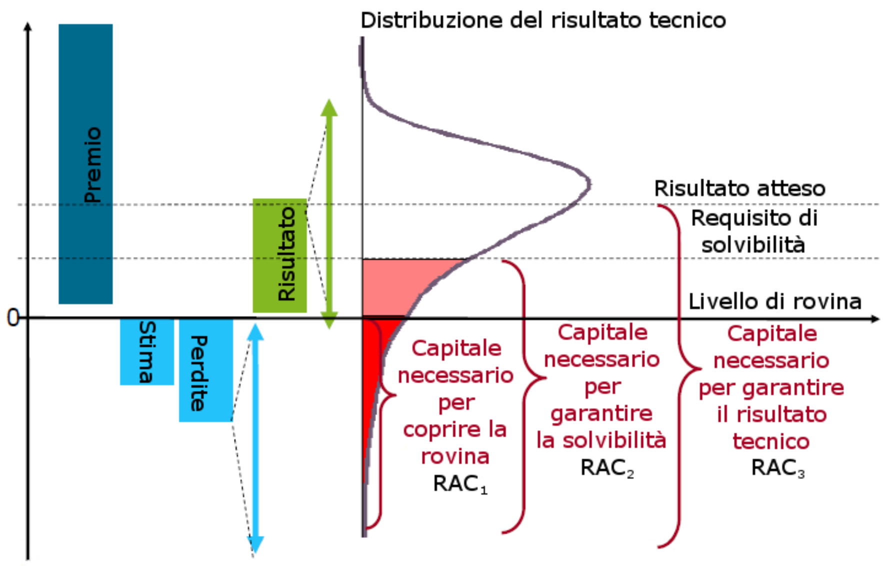


Figura 9 – I diversi modi di definire il RAC, visualizzabili sulla distribuzione del risultato tecnico (Fonte: SCOR)

Dando la propria definizione di rischio, che consiste nella probabilità di non soddisfare una certa aspettativa, è possibile definire il RAC nei modi seguenti (Figura 9):

- RAC_1, utilizzato in fase di pricing, rappresenta il capitale necessario per coprire la rovina e consente di verificare se il proprio business è fondato su basi solide
- RAC_2, capitale richiesto dai regolatori, garantisce l'adeguato funzionamento del business nel tempo
- RAC_3, capitale richiesto per incontrare le aspettative degli investitori, consente di valutare la profittabilità del business.

Le molteplici definizioni del RAC consentono di soddisfare le esigenze di diversi stakeholders (assicurati, organi di vigilanza e investitori) cui la loro attenzione è focalizzata su aspetti differenti della gestione assicurativa poiché è diverso il loro coinvolgimento nel business e la corrispondente richiesta di rischi da coprire.

3 CASO STUDIO

Al fine di valutare le molteplici implicazioni derivanti dall'utilizzo dei criteri di ottimalità descritti precedentemente e di effettuarne le dovute considerazioni, analizziamo il caso di un portafoglio fittizio di polizze assicurative contro il rischio di incendi, creato attraverso un processo simulativo lanciato in osservanza di alcune condizioni affinché possa presentante caratteristiche pertinenti ad una situazione reale.

Utilizzando un'impostazione simile al lavoro di Lampaert e Walhin (2005)[67], consideriamo un portafoglio contratti costituito da 22500 polizze sugli incendi diviso in 4 classi di rischio ($j = 1,2,3,4$) ognuna caratterizzata da una diversa frequenza del sinistro (q_{ij}) così come da una propria severità relativa (costo relativo) del sinistro (X_{ij}), $i = 1,2,...,n_j$ dove n_j è il numero di polizze appartenenti alla j-esima classe di rischio. Conoscendo le somme assicurate SI_{ij} relative ogni polizza in portafoglio sarà possibile ricavare l'ammontare del danno riferito al singolo sinistro che ha colpito un dato contratto: $L_{ij} = SI_{ij} \times X_{ij}$.

Circa i capitali assicurati abbiamo le seguenti informazioni:

Tabella 3 - Caratteristiche della distribuzione delle somme assicurate del portafoglio simulato preso in considerazione nel caso studio

Classe (j)	n	$\mu_j(SI)$	$\sigma_j(SI)$	$\gamma_j(SI)$
1	3000	10267418	13022240	2,58
2	15000	8962266	6091815	1,82
3	2500	7926031	8963047	2,53
4	2000	6981055	7604720	2,54

[67] Lampaert, Walhin, 2005, "On the optimality of proportional reinsurance"

dove $\mu_j(SI)$ è la media delle somme assicurate nella classe j-esima, $\sigma_j(SI)$ la deviazione standard e $\gamma_j(SI)$ l'indice di asimmetria.

3.1 La distribuzione MBBEFD per il costo relativo del sinistro

Bernegger nel 1997 ha proposto una particolare classe di funzioni di distribuzione utilizzate per risolvere il problema dell'exposure rating[68], derivante dalla notevole difficoltà circa la conoscenza della corretta distribuzione del costo sinistri nella pratica[69]. Queste funzioni di distribuzione sono disponibili nella forma delle cosiddette Exposure Curves, attraverso le quali è possibile ricavare direttamente l'aliquota di premio di rischio riconosciuta al riassicuratore come funzione del deductible. Si parla pertanto di funzioni espresse in forma analitica dipendenti da un set di parametri cui ogni diversa specificazione degli stessi definisce una diversa curva[70].

Bernegger ha introdotto la distribuzione **MBBEFD** (**Maxwell-Boltzmann, Bose–Einstein, Fermi–Dirac**), classe di distribuzioni frequentemente utilizzate in quanto particolarmente adatte nel modellare le exposure curve usate nella pratica assicurativa.

Obiettivo della presente dissertazione non consiste però nell'utilizzo di questa classe di funzioni per la risoluzione del problema del pricing di riassicurazioni non proporzionali, piuttosto la classe di funzioni MBBEFD si mostra particolarmente appropriata nel modellare la distribuzione empirica del

---

[68] Bernegger, 1997, "The Swiss Re exposure curves and the MBBEFD distribution class"

[69] Difficoltà comunque superata con l'ausilio di funzioni di distribuzione derivate da un portafoglio abbastanza ampio di rischi simili

[70] Problemi possono sorgere nel momento in cui sono utilizzate famiglie di curve con un elevato numero di parametri, che risulterebbe difficile da gestire nel momento in cui li si vuol associare alle informazioni disponibili per le diverse classi di rischio. Tal rischio è comunque superato se la famiglia di curve è ristretta ad una sottoclasse di curve dipendenti da uno o due parametri, i quali possono essere facilmente interpretati dall'assicuratore

costo sinistri nell'intervallo [0,1][71], in quanto racchiudono le caratteristiche tipiche delle distribuzioni del costo sinistri quali tra le altre la notevole asimmetria (caratteristica comune nelle assicurazioni sugli incendi nonché nelle assicurazioni contro i danni in generale). Ne risulta pertanto adeguato l'utilizzo per descrivere la distribuzione del costo relativo del sinistro X_{ij} nelle diverse classi di rischio.

Bernegger definisce inizialmente una classe di exposure curve $G_{b,g}(x)$ descritte da due parametri (b,g) la cui funzione di distribuzione è data dalla seguente:

$$F(x)=\begin{cases} 1 & x=1 \\ 0 & x<1\wedge(g=1\vee b=0) \\ 1-\dfrac{1}{1+(g-1)x} & x<1\wedge b=1\wedge g>1 \\ 1-b^x & x<1\wedge bg=1\wedge g>1 \\ 1-\dfrac{1-b}{(g-1)b^{1-x}+(1-gb)} & x<1\wedge b>0\wedge b\neq 1\wedge bg\neq 1\wedge g>1 \end{cases} \tag{3.1}$$

e funzione di densità $f(x)=F'(x)$ definita nell'intervallo [0,1]:

$$f(x)=\begin{cases} 0 & g=1\vee b=0 \\ \dfrac{g-1}{(1+(g-1)x)^2} & b=1\wedge g>1 \\ -\ln(b)b^x & bg=1\wedge g>1 \\ \dfrac{(b-1)(g-1)\ln(b)b^{1-x}}{((g-1)b^{1-x}+(1-gb))^2} & b>0\wedge b\neq 1\wedge bg\neq 1\wedge g>1 \end{cases} \tag{3.2}$$

---

[71] La classe di distribuzione MBBEFD deriva dalle distribuzioni MB (Maxwell-Boltzmann, BE (Bose-Einstein) e FD (Fermi-Dirac) ed essendo queste definite nell'intervallo $[-\infty,+\infty]$ o $[0,+\infty]$ è possibile utilizzare tale classe anche per modellare le distribuzioni del costo sinistri nell'intervallo $[0,+\infty]$ (Cfr. Bernegger, 1997)

Definisce poi una sottoclasse della distribuzione MBBEFD con un singolo parametro c tale che:

$$G_c(x) = G_{b_c, g_c}(x) \tag{3.3}$$

con:

$$\begin{aligned} b_c &= b(c) = e^{3.1-0.15(1+c)c} \\ g_c &= g(c) = e^{(0.78+0.12c)c} \end{aligned} \tag{3.4}$$

Questa sottoclasse di exposure curve con singolo parametro sono spesso utilizzate nella pratica come approssimazione per le exposure curve di compagnie quali Swiss Re[72] e Lloyd[73].

Nel caso studiato, assumiamo che le variabili aleatorie X_{ij} siano identicamente distribuite all'interno della propria classe di rischio ($j = 1,2,3,4$): $X_{ij} \approx X_j$, $i = 1,2,...,n_j$, $j = 1,2,3,4$.

Assumiamo inoltre che la probabilità del verificarsi di un sinistro sia anch'essa identica all'interno delle classi di rischio: $q_{ij} = q_j, i = 1,2,...,n_j, j = 1,2,3,4$.

Utilizzeremo come funzione di distribuzione del costo relativo del sinistro X_{ij} proprio quest'ultima sottoclasse della distribuzione MBBEFD e avendo supposto che tali variabili sono identicamente distribuite all'interno della rispettiva classe di rischio, assumiamo che il nostro portafoglio presenti le seguenti caratteristiche:

---

72 Per $c = \{1.5,\ 2.0,\ 3.0,\ 4.0\}$ queste approssimano fedelmente le curve Swiss Re $\{Y_1,\ Y_2,\ Y_3,\ Y_4\}$

73 La curva definita col parametro $c = 5.0$ coincide accuratamente con la curva Lloyd utilizzata per il rating di rischi industriali

Tabella 4 - Caratteristiche della distribuzione del sinistro considerando la frequenza e il costo relativo espresso in valori del parametro c, caratteristico della sottoclasse di distribuzioni MBBEFD a singolo parametro

Classe (j)	q	c
1	0.0075	2
2	0.0100	3
3	0.0125	4
4	0.0150	5

dove le funzioni di distribuzione delle X_j per i diversi valori di c considerati sono rappresentate in Figura 10.

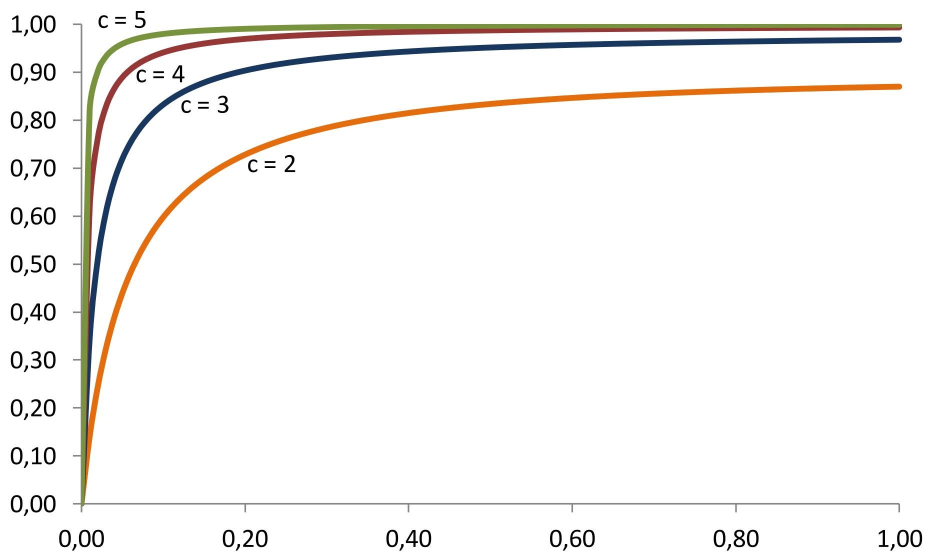


Figura 10 - Funzione di ripartizione della sottoclasse di distribuzioni MBBEFD a singolo parametro c per i valori 2,3,4,5

Il valore atteso EX della distribuzione delle X_j può essere calcolato utilizzando la seguente formula analitica:

$$EX = \frac{\ln(gb)(1-b)}{\ln(b)(1-gb)}$$

mentre i momenti successivi è necessario calcolarli numericamente.

In riferimento al caso studiato, i primi tre momenti e la varianza di X_j sono mostrati nella tabella seguente:

Tabella 5 - Primi tre momenti e varianza di Xj per le diverse classi di rischio

Classe (j)	EX_j	EX_j^2	EX_j^3	$VarX_j$
1	0,22609	0,16023	0,14474	0,10911
2	0,08718	0,04732	0,04016	0,03972
3	0,03185	0,01249	0,00942	0,01148
4	0,01215	0,00353	0,00273	0,00338

La prima classe di rischio è pertanto caratterizzata si da una minor frequenza nel verificarsi dei sinistri, ma al contempo presenta un valore atteso del costo relativo più elevato, con relativa maggiore probabilità che il sinistro possa ledere l'ammontare complessivo del capitale assicurato.

L'ultima classe di rischio invece è descritta da una distribuzione MBBEFD per il costo relativo del danno con parametro $c = 5.0$ che approssima la curva Lloyd utilizzata per valutare i rischi industriali. In tal caso l'ammontare del danno è mediamente poco superiore all'1% del valore complessivo dell'immobile assicurato.

3.2 L'approssimazione del costo sinistri aggregato mediante la distribuzione Gamma Shifted

Il costo sinistri aggregato del portafoglio in esame è calcolato utilizzando la definizione di modello di rischio individuale, secondo la formula seguente:

$$S^{ind} = \sum_{j=1}^{4} \sum_{i=1}^{n_j} D_{ij} L_{ij}$$

dove:

- D_{ij} è una variabile dicotomica che assume valore 1 in presenza di sinistro e valore 0 in assenza. Si ha $P\lfloor D_{ij} = 1 \rfloor = P\lfloor D_j = 1 \rfloor = q_j$
- $L_{ij} = SI_{ij} X_{ij}$ è il valore condizionato della perdita
- $S_{ij} = D_{ij} L_{ij}$ è la perdita associata alla polizza ij .

Ottenere l'esatta distribuzione del costo sinistri aggregato è possibile utilizzando una formula ricorsiva[74] ma il tempo richiesto per eseguirne il calcolo sarebbe eccessivamente elevato a causa delle dimensioni del portafoglio. Una prima approssimazione del modello di rischio individuale può essere data dal modello di rischio collettivo attraverso l'utilizzo della formula ricorsiva di Panjer, ma anche in tal caso i tempi computazionali risulterebbero lunghi.

Similmente al lavoro di Lampaert e Walhin, si procede in questo elaborato con un'approssimazione parametrica del costo sinistri aggregato mediante l'utilizzo di una distribuzione denominata Gamma Shifted, attraverso la quale riprodurremo i primi tre momenti della distribuzione originale. L'utilizzo di questa approssimazione trova validità nelle caratteristiche del portafoglio, costituito da un elevato numero di contratti nonché da un'asimmetria inferiore a 2.

La distribuzione Gamma Shifted (S) è definita secondo la forma

[74] Guarda e.g. Dhaene e Vandebroek (1995)

$$S \approx Z + x_0$$

dove $Z \approx Gamma(\alpha, \beta)$, ovvero

$$f_Z(x) = \frac{\beta^\alpha x^{\alpha-1} e^{-\beta x}}{\Gamma(\alpha)}, \quad x > 0$$

$$F_Z(x) = \int_0^x f_Z(s) ds$$

dove $\Gamma(x)$ è la funzione Gamma. Indicheremo inoltre con $F(\alpha, \beta, x)$ la funzione di densità cumulata di Z.

I momenti centrali sono dati dalle seguenti:

$$\mu = \sum_{j=1}^{4} \left[q_j EX_j \right] \sum_{i=1}^{n_j} SI_{ij}$$

$$\mu_2 = \sum_{j=1}^{4} \left[q_j VarX_j + q_j (1 - q_j) (EX_j)^2 \right] \sum_{i=1}^{n_j} SI_{ij}^2$$

$$\mu_3 = \sum_{j=1}^{4} \left[q_j EX_j^3 - 3q_j^2 EX_j EX_j^2 + 2q_j^3 (EX_j)^3 \right] \sum_{i=1}^{n_j} SI_{ij}^3$$

dai quali possiamo ricavare la media (μ), la deviazione standard (σ), il coefficiente di variazione $\left(CV = \frac{\sigma}{\mu} \right)$ e l'indice di asimmetria $\left(\gamma = \frac{E(S-\mu)^3}{\sigma^3} \right)$ di S^{ind}:

Tabella 6 – Valore atteso, deviazione standard, coefficiente di variazione e indice di asimmetria della distribuzione del costo sinistri aggregato

μ	179862834
σ	43452737
CV	0,24159
ϒ	0,64698

con la corrispondente approssimazione Gamma Shifted descritta dai seguenti parametri:

Tabella 7 – Parametri della distribuzione Gamma Shifted per l'approssimazione della distribuzione del costo sinistri aggregato

α	**9,56**
β	**7,11415E-08**
x_0	**45537677**

dove:

- $\alpha = \dfrac{4}{\gamma^2}$
- $\beta = \dfrac{2}{\gamma\sigma}$
- $x_0 = \mu - \dfrac{2\sigma}{\gamma}$

Riportiamo anche i valori di media, deviazione standard, coefficiente di variazione e indice di asimmetria basate sull'approssimazione Gamma Shifted relativi le quattro classi di rischio considerate separatamente

Tabella 8 – Caratteristiche della distribuzione del costo sinistri aggregato nelle 4 classi di rischio considerate separatamente

	1	**2**	**3**	**4**
μ	52230807	117198972	7889371	2543684
σ	31445915	28847986	7471241	3356942
CV	0,60206	0,24615	0,94700	1,31972
ϒ	1,24869	0,53289	2,97739	5,76304

dove la somma dei valori medi per classe di rischio porta al valore di μ in Tabella 6.

3.3 Forme riassicurative considerate nel caso studio

Come accennato nei capitoli precedenti, sebbene nella pratica sia dimostrato come riassicurazioni di tipo non proporzionale quali Excess of Loss e Stop Loss portino a risultati migliori sia in termini di riduzione del rischio che di efficienza in generale, è pur vero che le riassicurazioni proporzionali mantengono comunque dei vantaggi non indifferenti quali la semplicità computazionale nonché il maggior controllo su comportamenti moral hazard.

Soffermiamo pertanto la nostra attenzione sull'analisi delle riassicurazioni in forma proporzionale. Ci concentreremo in particolare sulle seguenti tipologie di riassicurazioni proporzionali:

1 **Quota Share**, con aliquota di cessione comune a tutte le polizze in portafoglio

2 **Quota Share Variabile**, con aliquote di cessione diverse tra le classi di rischio ma comuni al loro interno

3 **Surplus**, con pieno di conservazione (linea) comune in tutto il portafoglio contratti

4 **Surplus con Tabella di Linee (TL)**, con linea differente tra le classi di rischio ma comune al loro interno

5 **Surplus con Tabella di Linee ottenuta con il metodo della frequenza inversa (IFC)**, con tabella di linee definita in modo da soddisfare la condizione $R_1 \times q_1 = R_2 \times q_2 = R_3 \times q_3 = R_4 \times q_4$, ovvero in modo da eguagliare la perdita massima per tutte le polizze

6 **Surplus con Tabella di Linee ottenuta con il metodo della rata inversa (IR)**, con tabella di linee definita in modo da soddisfare la condizione $R_1 \times rate_1 = R_2 \times rate_2 = R_3 \times rate_3 = R_4 \times rate_4$, ovvero in modo da eguagliare la perdita media per tutte le polizze.

Come noto, gli effetti della riassicurazione sono riconducibili a grandi linee ad una riduzione della rischiosità di portafoglio e relativa riduzione del guadagno atteso. Nelle riassicurazioni in forma proporzionale tale riduzione è appunto proporzionale ed è chiaro come la varianza del portafoglio, a seguito della stipula del trattato, non possa mai superarne il valore assunto in assenza, mentre si ridurrà man mano che la parte di rischi ceduta raggiunge la soglia del 100% del totale. In riferimento al portafoglio contratti analizzato, la varianza del guadagno risulta

$\sigma(Z)$	**43452737**

e sarà obiettivo del criterio di ottimalità ricercare la combinazione di aliquote di cessione tale per cui questa quantità, dopo la stipula del trattato, risulti minima.

Allo stesso modo, ad essere ceduta in riassicurazione è anche parte del guadagno atteso che, in assenza di contratti riassicurativi risulta pari a

$E[Z]$	**8993142**

quantità che sarà anch'essa ridotta proporzionalmente in base a come è definita la politica di riassicurazione.

3.4 Applicazione del metodo de Finetti

Seguendo il risultato di de Finetti, la politica riassicurativa ottima sarà definita minimizzando la varianza del guadagno di portafoglio assumendo un livello di guadagno atteso conservato ritenuto accettabile.

Riprendendo la notazione utilizzata nel secondo capitolo, il guadagno del portafoglio sarà espresso dalla seguente:

$$Z(\bar{\tau}) = \sum_{j=1}^{4} \sum_{i=1}^{n_j} \left((1+\xi_{ij}) ES_{ij} - (1+\xi_{ij}^{\mathrm{Re}}) \tau_{ij} ES_{ij} - (1-\tau_{ij}) S_i \right)$$

dove:

- ξ_{ij} rappresenta il caricamento applicato dalla cedente in osservanza del principio del valore atteso tale per cui $P_{ij} = (1+\xi_{ij}) ES_{ij}$
- ξ_{ij}^{Re} rappresenta il caricamento applicato dal riassicuratore comprensivo del costo del capitale e delle spese amministrative. La quantità $(1+\xi_{ij}^{\mathrm{Re}}) \tau_{ij} ES_{ij}$ indica pertanto il premio del riassicuratore[75]

Il problema de Finetti è pertanto il seguente:

$$\min_{\tau} VarZ(\bar{\tau})$$

sotto il vincolo

$$EZ(\bar{\tau}) = k$$

e con soluzione

$$\tau_{ij} = \max\left(0{,}1 - \frac{b \xi_{ij}^{\mathrm{Re}} ES_{ij}}{VarS_{ij}} \right), \quad j = 1{,}2{,}3{,}4\,, \quad i = 1{,}2{,}\ldots{,}n_j$$

dove b è una costante ottenuta dalla costrizione $EZ(\bar{\tau}) = k$.

[75] Il caricamento ξ_{ij}^{Re} applicato dal riassicuratore risulta tipicamente maggiore del caricamento ξ_{ij} applicato dalla cedente, con la differenza a rappresentare il costo richiesto dal riassicuratore per la stipula del contratto riassicurativo

Assumiamo per il caso studiato che si voglia garantire un guadagno atteso conservato pari a 3.000.000 con un fattore di caricamento applicato dal riassicuratore $\xi_{ij}^{\mathrm{Re}} = 7\%$, mentre $\xi_{ij} = 5\%$ è il caricamento applicato dalla cedente. Verifichiamo a quali risultati conduce il metodo de Finetti per le forme riassicurative considerate.

3.4.1 I risultati per le riassicurazioni in Quota

La riassicurazione in **quota share** possiede ottime qualità comparandone l'uso con il capitale allocato. Acquistare una riassicurazione in quota share comporta, infatti, i medesimi effetti di riduzione della probabilità di rovina ottenuti mediante l'incremento del margine di solvibilità nella stessa proporzione dell'aliquota di cessione applicata.

Formalizzando quanto detto, il portafoglio della cedente dopo la riassicurazione presenterà le seguenti caratteristiche:

$$ES^R = (1-\tau)ES$$

$$VarS^R = (1-\tau)^2 VarS$$

$$\sigma(S^R) = (1-\tau)\sigma(S)$$

$$CV(S^R) = CV(S)$$

$$E(S^R - ES^R)^3 = (1-\tau)^3 E(S-ES)^3$$

$$\gamma(S^R) = \gamma(S)$$

Questo significa che valore atteso e varianza si riducono proporzionalmente in base all'aliquota di cessione globale definita, senza però alterare coefficiente di variazione e indice di asimmetria, che saranno gli stessi di quelli in assenza di riassicurazione. Come risultato la distribuzione del costo sinistri aggregato dopo la riassicurazione mantiene le medesime caratteristiche che in assenza rendendo tale trattato inappropriato ai fini di omogeneizzazione dei rischi in portafoglio. Nonostante questo esistono comunque numerosi motivi che ne giustificano l'utilizzo nella pratica riassicurativa, quali su tutti quelli desiderati di riduzione del rischio di sottoscrizione per i nuovi contratti e riduzione del margine di solvibilità richiesto.

Assumendo un guadagno atteso garantito pari a 3.000.000, la soluzione proposta da de Finetti per la riassicurazione in quota share è la seguente:

Tabella 9 – Trattato di riassicurazione ottimale in quota share globale con guadagno atteso 3.000.000

Caso	τ_1	τ_2	τ_3	τ_4	E	σ
1	47,60%	47,60%	47,60%	47,60%	3000000	**22768847**

e con la distribuzione del costo sinistri aggregato così modificata:

Tabella 10 – Caratteristiche della distribuzione del costo sinistri aggregato dopo la riassicurazione in quota share globale col metodo de Finetti

ES^R	94246524
$\sigma(S^R)$	22768847
$CV(S^R)$	0,24159
$\Upsilon(S^R)$	0,64698

Come anticipato i valori assunti da CV e γ sono identici a quelli in Tabella 6. In corrispondenza di un'aliquota di cessione pari al 47,60% corrisponde pertanto un guadagno atteso trattenuto pari a 3.000.000 con il relativo livello minimo di deviazione standard al valore di 22.768.847. La scelta di un'aliquota di cessione globale del 47,60% comporta, in termini attesi, una ripartizione del rischio pari in tal caso proprio alla medesima quantità:

ES^{Re}/ES	47,60%

che corrisponde anche alla proporzione di rischiosità ceduta valutata in termini di deviazione standard. Ciò implica che volendo ad esempio trasferire il 70% della rischiosità in riassicurazione basterà definire un'aliquota di cessione globale pari al 70% e ugualmente, nel caso di un'aliquota globale di cessione del 20%, la variabilità trasferita sarà pari al 20% (Figura 12).

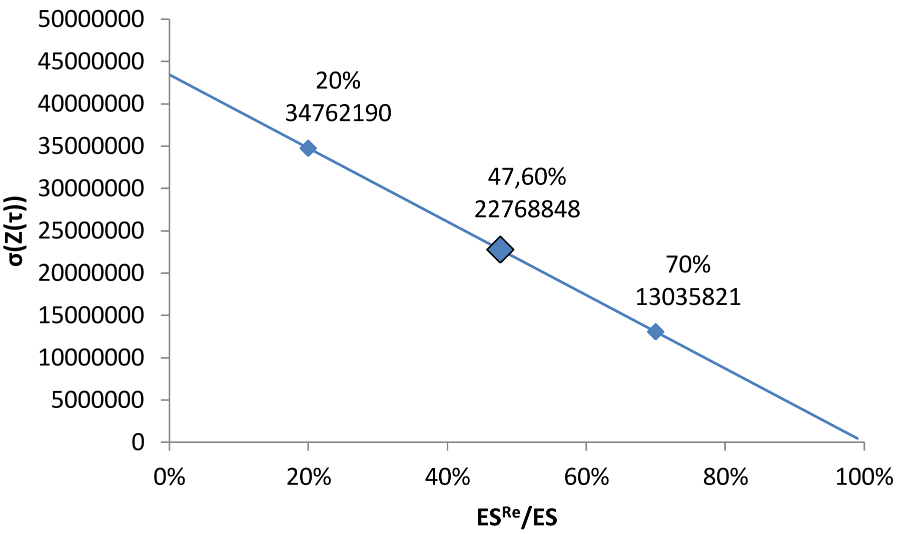


Figura 11 – Deviazione standard del costo sinistri aggregato dopo la riassicurazione in quota share globale in funzione della porzione di costo sinistri aggregato atteso ceduto

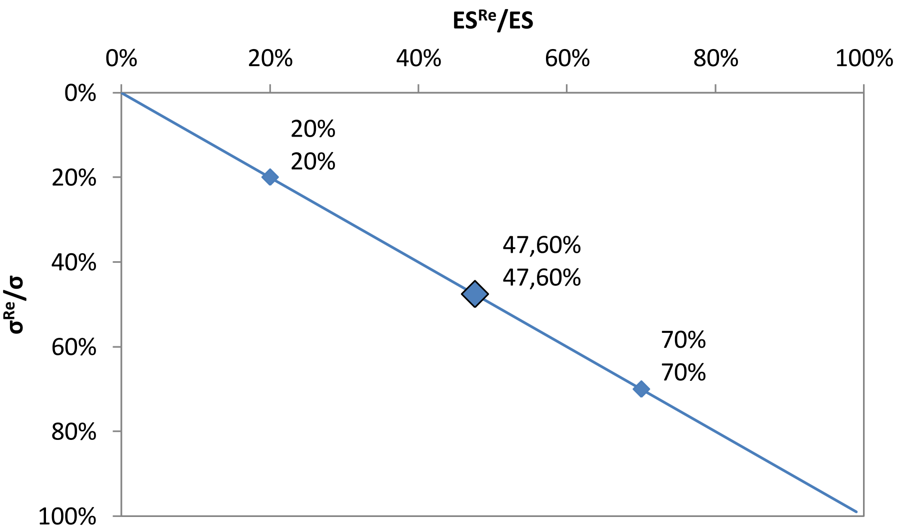


Figura 12 – Riduzione della rischiosità di portafoglio espresso in valori percentuali in funzione della porzione di costo sinistri aggregato atteso trasferito in riassicurazione

Con la riassicurazione in **quota share variabile**, ovvero supponendo che le aliquote di cessione possano variare nelle diverse classi di rischio, varranno le seguenti relazioni:

$$ES^R = \sum_{j=1}^{4} (1-\tau_j) ES_j$$

$$VarS^R = \sum_{j=1}^{4} (1-\tau_j)^2 VarS_j$$

$$\sigma(S^R) = \sqrt{\sum_{j=1}^{4} (1-\tau_j)^2 VarS_j}$$

$$CV(S^R) \neq CV(S)$$

$$E(S^R - ES^R)^3 = \sum_{j=1}^{4} (1-\tau_j)^3 E(S_j - ES_j)^3$$

$$\gamma(S^R) \neq \gamma(S)$$

Non è quindi possibile comparare coefficiente di variazione e indice di asimmetria analiticamente, ma bisognerà farlo numericamente.

Tabella 11 – Trattato di riassicurazione ottimale in quota share variabile con guadagno atteso 3.000.000

Caso	τ_1	τ_2	τ_3	τ_4	E	σ
2	76,23%	36,63%	36,40%	0,00%	3000000	**20589346**

I risultati del metodo de Finetti (Tabella 11) mostrano come, a parità di guadagno atteso trasferito, l'applicazione di aliquote di cessione diverse per classi di rischio comporta una riduzione più che proporzionale della variabilità di portafoglio (ovvero la quantità di rischio trasferita a parità di guadagno atteso è maggiore applicando diverse aliquote per classe di rischio piuttosto che una comune a tutto il portafoglio), facendo preferire questo trattato al precedente. A rendere ulteriormente vantaggioso il trattato in quota share variabile sono le evidenti riduzioni del coefficiente di variazione e dell'indice di asimmetria, come mostrato nella tabella seguente.

Tabella 12 – Caratteristiche della distribuzione del costo sinistri aggregato dopo la riassicurazione in quota share variabile

ES^R	94246524
$\sigma(S^R)$	20589346
$CV(S^R)$	0,21846
$\Upsilon(S^R)$	0,49434

Se infatti nella riassicurazione in quota share globale a qualunque valore associato all'aliquota di cessione corrisponde il medesimo valore di coefficiente di variazione e indice di asimmetria (in particolare pari al caso di assenza di riassicurazione), applicando diverse aliquote per le diverse classi di rischio questi si riducono. Il coefficiente di variazione si riduce man mano che la porzione di costo sinistri aggregato atteso trasferito aumenta, fermandosi una volta giunto al valore di 0,21846 (Figura 13).

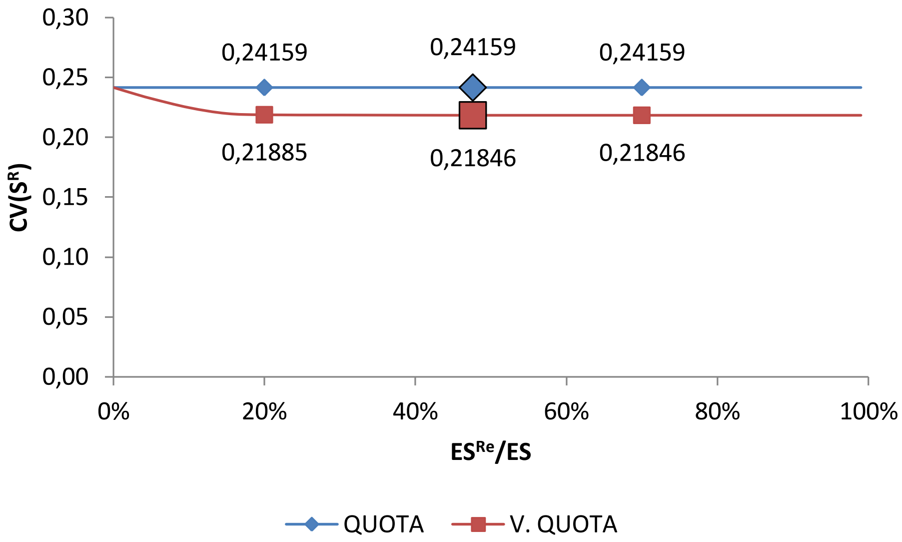


Figura 13 – Valori del coefficiente di variazione per le riassicurazioni in quota in funzione della percentuale di costo sinistri aggregato atteso trasferito in riassicurazione

Per l'indice di asimmetria vale un discorso simile e il suo valore espresso in funzione della proporzione di costo sinistri aggregato atteso trasferito è raffigurato in Figura 14.

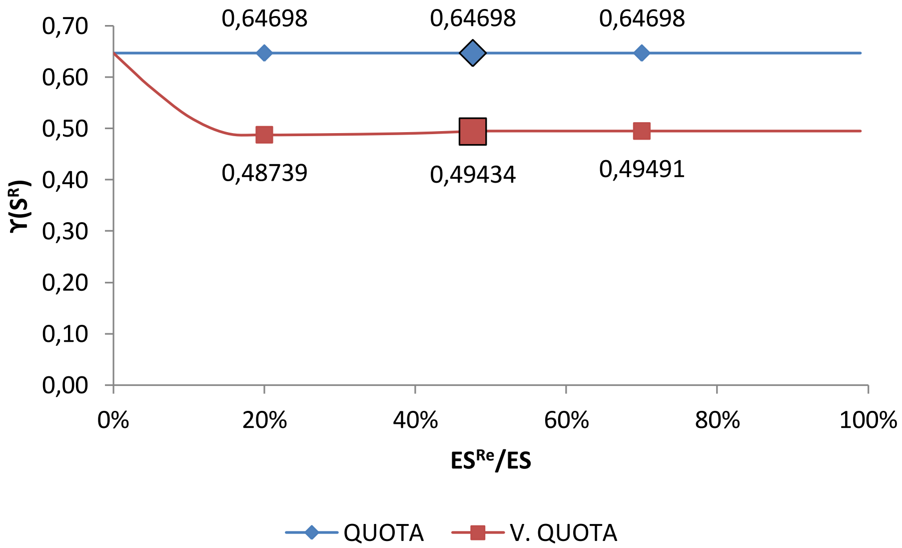


Figura 14 – Valori dell'indice di asimmetria per le riassicurazioni in quota in funzione della percentuale di costo sinistri aggregato atteso trasferito in riassicurazione

Superato un determinato livello di cessione del costo sinistri in termini attesi, viene pertanto meno l'utilità di ulteriori trasferimenti, in considerazione del fatto che né coefficiente di variazione né indice di asimmetria si ridurranno ulteriormente.

Come per la riassicurazione in quota share globale, la soluzione applicando de Finetti è ottenuta in corrispondenza ad una ripartizione del costo sinistri aggregato atteso pari alla percentuale di ceduto del 47,60%.

ES^{Re}/ES	47,60%

In termini attesi il trasferimento del costo sinistri aggregato è quindi il medesimo, ma l'applicazione di aliquote di cessione diverse per classe di rischio comporta un trasferimento in riassicurazione di una maggiore quantità della sua variabilità, pari nello specifico al 52,62% contro il 47,60% del trattato in quota share globale. Il risultato di una cessione di rischiosità maggiore nel caso di quota share variabile rispetto quello in aliquota globale è vero per ogni realizzazione di ES^{Re}/ES e più evidente in corrispondenza di un livello di ritenzione media maggiore (ovvero in corrispondenza di un ceduto intorno al 20%) (Figura 15).

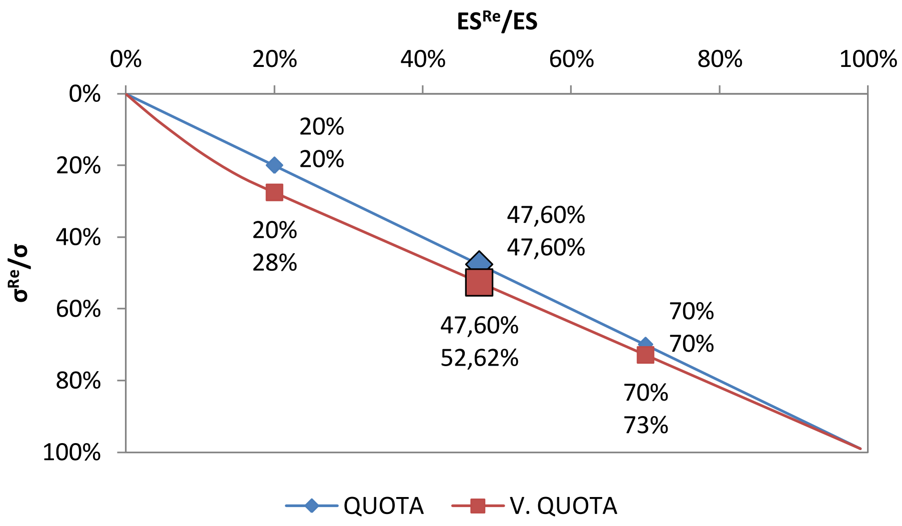


Figura 15 – Riduzione della rischiosità di portafoglio per le riassicurazioni in quota espresso in funzione di ES^{Re}/ES

3.4.2 I risultati per le riassicurazioni in Surplus

Consideriamo ora la riassicurazione in **Surplus**. Questa forma proporzionale presenta difficoltà molto più elevate dal punto di vista amministrativo rispetto la forma in quota in quanto il livello del pieno di conservazione dovrà essere scelto in maniera estremamente accurata ai fini del calcolo del premio ceduto e di eventuali recuperi dal riassicuratore.

Il risultato di de Finetti nel caso di riassicurazione in surplus può essere trovato in maniera molto semplice. Riprendendo la formula del guadagno conservato dopo la riassicurazione

$$Z(R)=\sum_{j=1}^{4}\sum_{i=1}^{n_j}\left(\left(1+\xi_{ij}\right)ES_{ij}-\left(1+\xi_{ij}^{\mathrm{Re}}\right)\tau_{ij}ES_{ij}-\left(1-\tau_{ij}\right)S_{ij}\right)$$

utilizzando l'ottimizzazione convessa proposta da Glineur e Walhin è dimostrato che il livello ottimo dei pieni di conservazione è ottenuto in corrispondenza dei valori definiti dalla seguente

$$R_{ij}=b\xi_{ij}^{\mathrm{Re}}\frac{ED_{ij}X_{ij}}{VarD_{ij}X_{ij}}$$

dove b è la costante determinata dal vincolo sul guadagno atteso.

Chiaramente tal risultato non è utile, risultando difatti impossibile da un punto di vista amministrativo applicare differenti linee ad ogni singola polizza in portafoglio. Più interessante è invece il caso qui considerato di una tabella di linee a definire i diversi pieni di conservazioni per classi di rischio. In tal caso il risultato del metodo de Finetti, ottenuto applicando l'ottimizzazione convessa, porta a definire i diversi pieni di conservazione mediante la seguente

$$R_j=b\frac{\sum_{i=1}^{n_j}\xi_{ij}^{\mathrm{Re}}E\left[D_{ij}L_{ij}\right]SI_{ij}}{\sum_{i=1}^{n_j}Var\left[D_{ij}L_{ij}\right]},\ j=1,2,3,4$$

dove b è la costante determinata dal vincolo sul guadagno atteso.

Sotto la ragionevole assunzione che le variabili X_{ij} e D_{ij} siano identicamente distribuite all'interno della j-esima classe di rischio e che il fattore di caricamento sia il medesimo per ogni rischio all'interno della classe, la formula è ridotta alla forma seguente

$$R_j = b\xi_j^{\mathrm{Re}} \frac{ED_j X_j}{VarD_j X_j}$$

dove b è la costante determinata dal vincolo sul guadagno atteso.

Questo risultato (Caso 4) insieme agli altri ottenuti applicando un'aliquota comune per tutto il portafoglio (Caso 3) o diverse aliquote in base al metodo della frequenza inversa del reclamo (Caso 5) e della rata inversa (Caso 6) sono mostrati in Tabella 13.

Tabella 13 – Comparazione dei trattati di riassicurazione ottimali in surplus con guadagno atteso 3.000.000

Caso	R_1	R_2	R_3	R_4	E	σ
3	5905546	5905546	5905546	5905546	3000000	**16837381**
4	4694513	6124436	8470949	11433288	3000000	**16698222**
5	7463873	5597905	4478324	3731937	3000000	**17234195**
6	3310282	6438645	14098166	30810382	3000000	**16962516**

La riassicurazione in surplus consente pertanto una riduzione della rischiosità di portafoglio ampiamente maggiore rispetto alla riassicurazione in quota e, sebbene i diversi metodi utilizzati per definire le linee portino a risultati piuttosto simili, è evidente come la riassicurazione in surplus con una tabella di linee ottenuta mediante la formula de Finetti (Caso 4) rappresenti il miglior trattato riassicurativo in termini di trasferimento del rischio in riassicurazione (con il valore di σ più basso pari a 16.698.222). Differentemente, la scelta di una tabella di linee ottenuta col metodo della frequenza inversa (Caso 5) o della rata inversa (Caso 6) risulta non solo peggiore rispetto al Caso 4 ma, contro le aspettative, addirittura peggiore rispetto al Caso 3, dove la linea scelta è unica. Costruire una tabella di linee basandosi sulla formula de Finetti risulta quindi la scelta migliore rispetto al basarsi su metodi con nessuna giustificazione teorica a motivarne l'utilizzo.

Il trattato in surplus risulta quindi migliore già ad una prima analisi rispetto quello in quota. Tale conclusione è ulteriormente valorizzata nel momento in cui si verifica come, sotto il vincolo di guadagno atteso pari a 3.000.000, la porzione del costo sinistri aggregato trasferito in riassicurazione sia la medesima di quella ottenuta con la riassicurazione in quota (pari a 94.246.524, ovvero il 47,60%) qualunque sia la tabella di linee scelta.

ES^{Re}/ES	47,60%

A parità di valor medio, comportando una riduzione della rischiosità conservata maggiore, è quindi conclusione banale che il coefficiente di variazione associato ai trattati in surplus risulta più basso rispetto la riassicurazione in quota (Tabella 14).

Tabella 14 – Comparazione delle caratteristiche della distribuzione del costo sinistri aggregato dopo l'applicazione delle strutture riassicurative in surplus considerate

	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6
ES^R	94246524	94246524	94246524	94246524
$\sigma(S^R)$	16837381	16698222	17234195	16962516
$CV(S^R)$	0,17865	0,17718	0,18286	0,17998
$\Upsilon(S^R)$	0,28174	0,28532	0,29396	0,32507

Nel caso della riassicurazione in surplus il coefficiente di variazione continua a ridursi man mano che la parte di rischio trasferita al riassicuratore aumenta e, differentemente da quanto accade per la riassicurazione in quota, non si stabilizza una volta raggiungo un certo valore ma continua a diminuire, seppur in maniera sempre minore. Le differenze tra i diversi tipi di riassicurazione in surplus considerati sono irrisorie (come visibile in Figura 16), ma volendo puntualizzare, dal grafico in Figura 17 si evince come il coefficiente di variazione ottenuto nel caso di tabella di linee costruita con la formula de Finetti (Caso 4, SURPLUS TL in figura) risulta sempre più basso a qualunque livello di ritenzione del rischio, mentre con il metodo della frequenza inversa e della rata inversa i risultati sono più deludenti, con un coefficiente di variazione che nell'ultimo caso tende addirittura a risalire in corrispondenza di una riassicurazione quasi totale.

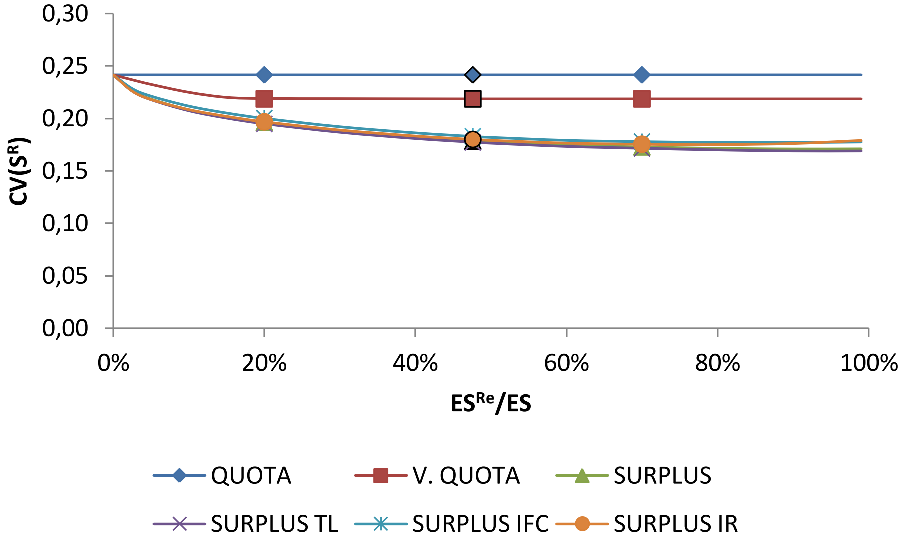


Figura 16 – Comparazione del coefficiente di variazione in funzione di ES^{Re}/ES per le strutture riassicurative considerate

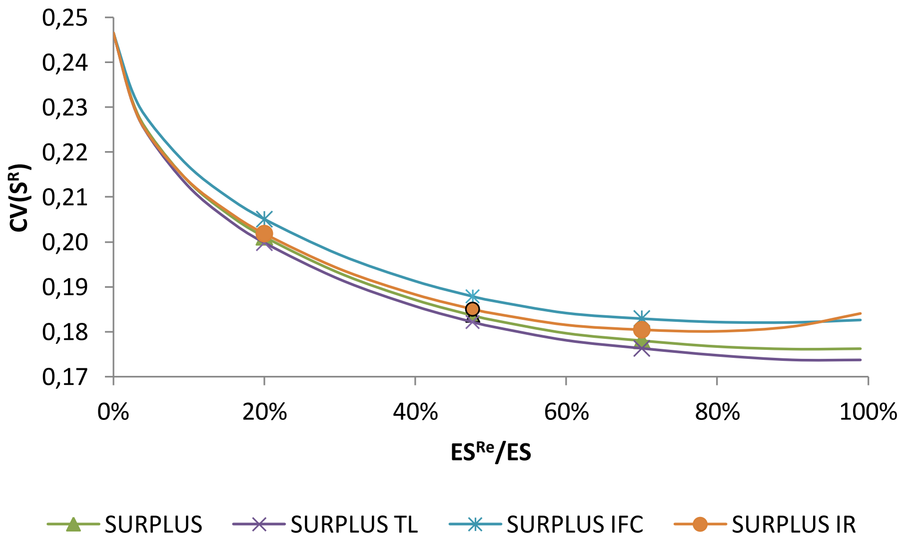


Figura 17 – Comparazione del coefficiente di variazione in funzione di ES^{Re}/ES per le riassicurazioni in surplus

Circa l'indice di asimmetria, il comportamento è simile a quanto visto sopra per il coefficiente di variazione con però una riassicurazione in surplus a linea unica (Caso 3, SURPLUS in figura) a dimostrarsi la più efficiente ai fini di simmetrizzazione della distribuzione del costo sinistri aggregato dopo la riassicurazione, seppur con uno scarto minimo rispetto la riassicurazione con tabella di linee dei casi 4 e 5 (Figura 18). Ad ogni modo i risultati sono ampiamente migliori rispetto la riassicurazione in quota share globale, con un indice di asimmetria più che dimezzato rispetto quest'ultima e ampiamente più basso rispetto la riassicurazione in quota share variabile.

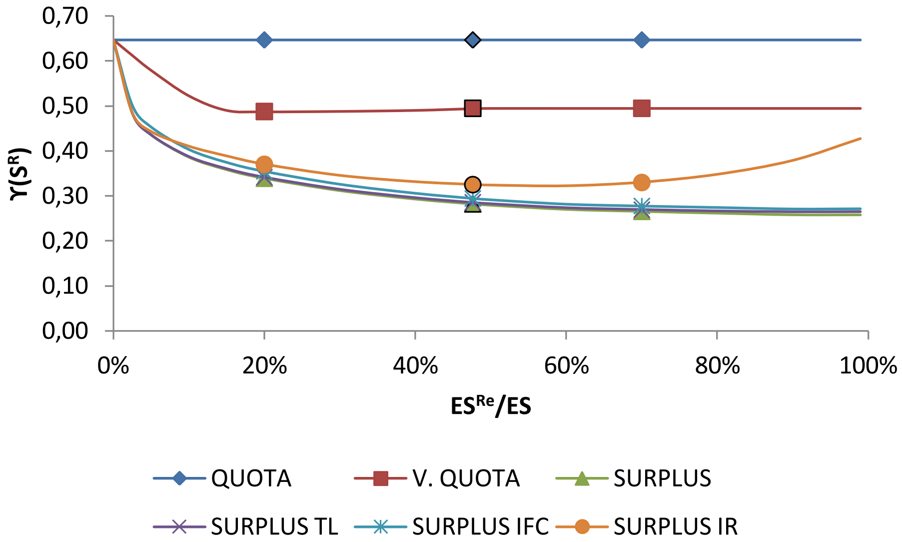


Figura 18 – Comparazione dell'indice di asimmetria in funzione di ES^{Re}/ES per le strutture riassicurative considerate

In riferimento alle caratteristiche del portafoglio studiato, la riassicurazione in surplus si dimostra pertanto migliore della riassicurazione in quota sotto tutti i punti di vista. Volendo conseguire al meglio l'obiettivo di minimizzazione della variabilità dopo la riassicurazione, la scelta cadrà sicuramente sulla riassicurazione in surplus con tabella di linee costruita mediante la formula de

Finetti, cui corrispondono a tutti i livelli di ritenzione[76] i valori più bassi di deviazione standard (Figura 19).

Ricollegandoci all'obiettivo di guadagno atteso conservato pari a 3.000.000, in corrispondenza di una cessione media del costo aggregato pari al 47,60% coincide un trasferimento di rischio nell'entità del 61,57% per il caso 4, migliore di quanto raggiunto dal caso 3 (61,25%), dal caso 5 (60,24%) e dal caso 6 (60,96%). Un vantaggio quello delle riassicurazioni in surplus con linee definite mediante la formula de Finetti che si mantiene ad ogni livello di ritenzione media del rischio (Figura 19).

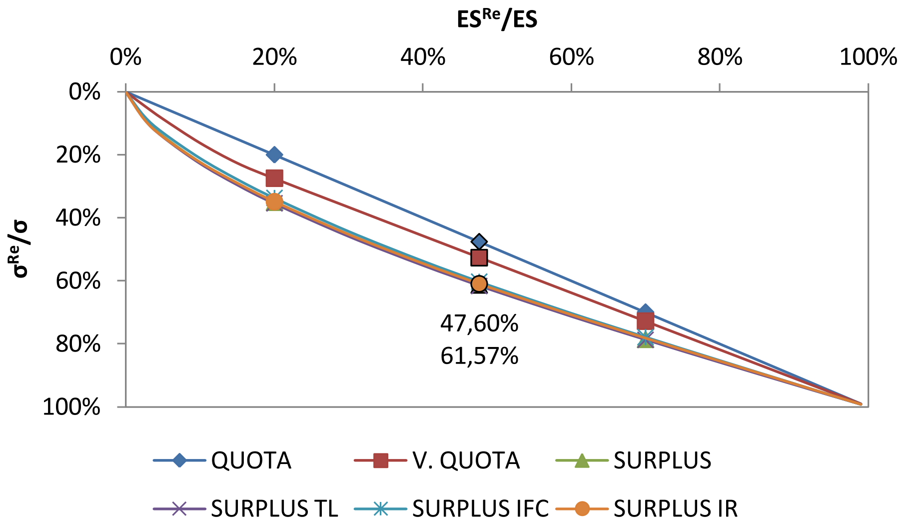


Figura 19 – Riduzione della rischiosità di portafoglio per le strutture riassicurative considerate in funzione di ES^{Re}/ES

[76] Sempre sottintendendo il soddisfacimento dell'obiettivo di minimo circa il rischio trasferito in riassicurazione

3.4.3 I risultati in funzione del fattore di caricamento del riassicuratore

Vogliamo ora analizzare i risultati conseguiti in funzione del fattore di caricamento applicato dal riassicuratore.

Rappresentando il trattato di riassicurazione un contratto assicurativo vero e proprio, è chiaro come il riassicuratore chieda gli sia pagata, oltre la parte di premio che per contratto deve essergli ceduta, un'ulteriore quantità rappresentante il costo richiesto per la stipula del contratto stesso. Questa quantità è solitamente considerata dal riassicuratore applicando un fattore di caricamento maggiore sulla parte di premi trasferitagli, con la differenza a rappresentare appunto il costo della riassicurazione. Seguendo la notazione utilizzata finora, ciò equivale a $\xi^{\mathrm{Re}} > \xi$.

È palese come più tale fattore è basso e vicino a quello applicato dalla cedente, più il vantaggio della stipula del contratto riassicurativo aumenta, poiché il costo della riassicurazione risulterebbe man mano più basso. Viceversa, un suo incremento implicherebbe la stipula di un contratto sempre più oneroso e (raggiunti dati livelli) tale da annullare gli effetti benefici della riassicurazione. Queste conclusioni valgono chiaramente anche nel momento in cui il trattato è stipulato seguendo criteri di ottimalità come il metodo de Finetti.

Per rendere meglio il concetto, verifichiamo il comportamento della deviazione standard per i trattati in quota e surplus secondo le strutture riassicurative analizzate, sempre considerando il vincolo di guadagno atteso conservato pari a 3.000.000.

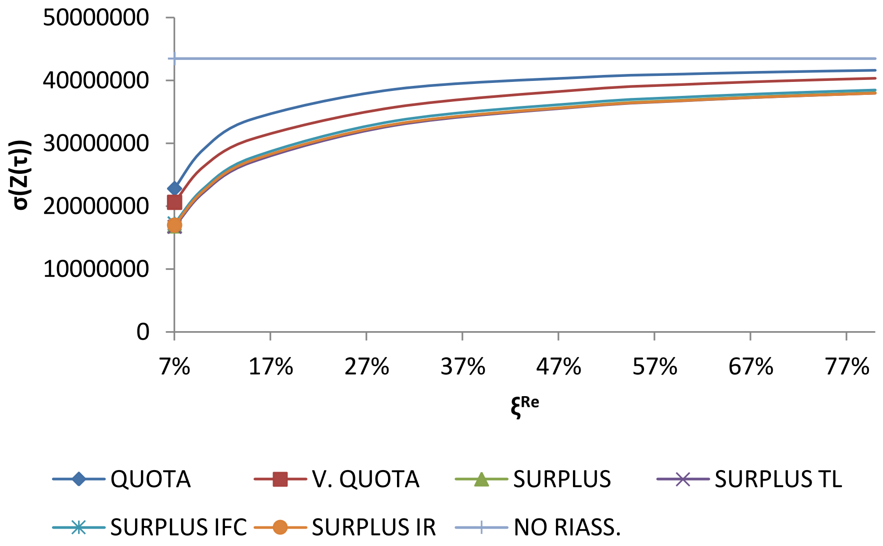


Figura 20 – Deviazione standard del guadagno atteso per le strutture riassicurative considerate in funzione del fattore di caricamento del riassicuratore ξ^{Re}

Come prima puntualizzazione, qualunque sia il livello di caricamento richiesto dal riassicuratore la deviazione standard non supererà mai il valore raggiunto in assenza di riassicurazione. Questo piuttosto ne rappresenta il limite e difatti all'aumentare del valore di ξ^{Re} corrisponderà un aumento della variabilità conservata dalla cedente, che tenderà al più ad assumere valori prossimi a quello in assenza di riassicurazione (Figura 20).

All'aumentare di ξ^{Re} il costo richiesto dal riassicuratore per garantire alla cedente l'obiettivo di 3.000.000 di guadagno atteso è quindi sempre più alto, rendendo il contratto sempre meno vantaggioso. L'effetto immediato a confermare quanto detto è visibile proprio sulla variabilità conservata, che aumenterà fino agli inconvenienti livelli di prossimità al caso di assenza di riassicurazione. Sotto tali condizioni non vi è alcun dubbio sul fatto che l'assicuratore non stipulerà alcun contratto di riassicurazione.

3.5 I risultati con il RORAC

Calcoliamo ora il RORAC (Return On Risk Adjusted Capital) per le diverse strutture riassicurative considerate.

Assumiamo che il requisito di capitale (SCR) sia dato dal Tail Value della distribuzione del costo sinistri aggregato al livello $\varepsilon = 99{,}5\%$.

Utilizzando l'approssimazione mediante la Gamma Shifted, abbiamo

$$\begin{aligned} TVaR_S(\varepsilon) &= E\left[S \middle| S > VaR_S(\varepsilon)\right] \\ &= E\left[Z \middle| Z > VaR_Z(\varepsilon)\right] + x_0 \\ &= \frac{\alpha}{\beta}\frac{1}{1-\varepsilon}\left(1 - F\left(\alpha+1, \beta, VaR_Z(\varepsilon)\right)\right) + x_0 \end{aligned}$$

dove $VaR_Z(\varepsilon) = F^{-1}(\alpha, \beta, \varepsilon)$.

Il premio conservato è pari a

$$P^R = (1+\xi)ES - \left(1+\xi^{\mathrm{Re}}\right)ES^{\mathrm{Re}}.$$

Il capitale aggiustato per il rischio è ottenuto sottraendo il premio conservato dal requisito di capitale. In altre parole, il requisito di capitale aggiustato per il rischio è il requisito di capitale meno il premio fatto pagare agli assicurati più il premio fatto pagare dal riassicuratore.

$$RAC = SCR - P^R$$

e il RORAC è definito come segue

$$RORAC = \frac{P^R - ES^R}{RAC}$$

Prima di qualsiasi riassicurazione, il portafoglio presenta le seguenti caratteristiche:

Tabella 15 – Caratteristiche del portafoglio prima della riassicurazione

ES = ES^R	179862834
CV	0,24159

ϒ	0,64698
VaR	291789668
TVaR	340616587
$P = P^R$	188855976
RAC	151760611
RORAC	**5,93%**

Compariamo ora il RORAC per le strutture riassicurative analizzate nelle sezioni precedenti:

Tabella 16 – RORAC per i 6 casi analizzati

Caso	CV	ϒ	TVaR	RORAC
1	0,24159	0,64698	178480059	**3,69%**
2	0,21846	0,49434	166501475	**4,33%**
3	0,17865	0,28174	148858326	**5,81%**
4	0,17718	0,28532	148481821	**5,86%**
5	0,18286	0,29396	150408989	**5,64%**
6	0,17998	0,32507	150183900	**5,67%**

I risultati del RORAC conducono a conclusioni simili a quelle viste in precedenza. Tra tutte le riassicurazioni, quella in quota share si dimostra la meno efficiente anche in termini di redditività, con il valore del RORAC più basso in assoluto e con un trattato in quota share variabile che (come prima) si dimostra già nettamente migliore. I risultati migliori anche in tal caso sono conseguiti dai diversi trattati di riassicurazioni in surplus considerati, con nuovamente quelle definite mediante la formula de Finetti a mostrare i risultati migliori (il caso 4 in primis) rispetto quelle definite con i metodi della frequenza inversa e della rata inversa (casi 5 e 6), seppur con scarti anche in tal caso minimi.

Si osserva inoltre che in tutte le strutture analizzate il RORAC è inferiore rispetto al caso di assenza di riassicurazione. In modo chiaro la stipula di un contratto riassicurativo "distrugge" valore. Causa principale è proprio il costo della riassicurazione dipendente dal fattore di caricamento applicato dal riassicuratore più alto rispetto quello applicato dalla cedente $\left(\xi^{\mathrm{Re}} = 7\% > \xi = 5\%\right)$ con una riduzione del rischio (ottenuta chiaramente con la riassicurazione) non in grado di controbilanciarlo.

Il valore assunto dal RORAC dipende quindi strettamente dal fattore di caricamento applicato dal riassicuratore ed in corrispondenza di valori di ξ^{Re} più alti il RORAC diminuirà.

Più interessante da analizzare è il caso in cui il valore di ξ^{Re} cade in prossimità del valore di ξ. Nel caso specifico $\xi^{\mathrm{Re}} = \xi$, per la riassicurazione in quota share (Caso 1) il RORAC assume il medesimo valore assunto nel caso di assenza di riassicurazione (5,93%). Ciò implica che, volendo conseguire con questa politica riassicurativa risultati migliori in termini di redditività rispetto al non riassicurarsi, è necessario che il fattore di caricamento applicato dal riassicuratore sia inferiore rispetto quello applicato dalla cedente.

Lo stesso comportamento non vale però per le altre strutture riassicurative analizzate. Già nel più efficiente caso di quota share variabile (Caso 2), per $\xi^{\mathrm{Re}} = \xi$, il RORAC assume un valore più elevato (6,98%) rispetto al non riassicurarsi e lo fa fino a valori di ξ^{Re} poco più bassi del 6%. È pertanto realisticamente possibile che la stipula di un trattato di riassicurazione secondo suddetta politica porti ad una redditività del capitale migliore rispetto al non riassicurarsi, e questo nel momento in cui il fattore di caricamento applicato dal riassicuratore risulta poco più alto di quello applicato dalla cedente.

I risultati migliori, come lecito attendersi, sono ottenuti dai trattati in surplus. Se, infatti, già in corrispondenza di un $\xi^{\mathrm{Re}} = 7\%$ il RORAC è, per tutte le tipologie di surplus considerate, poco più basso rispetto al caso di assenza di riassicurazione, nel momento in cui si pone $\xi^{\mathrm{Re}} = \xi = 5\%$ la situazione migliora notevolmente con valori del RORAC prossimi al 10% (Tabella 17).

Tabella 17 – RORAC per i 6 casi analizzati in funzione del fattore di caricamento del riassicuratore ξ^{Re}

	ξ^{Re}								
Caso	**5%**	**7%**	**10%**	**15%**	**30%**	**50%**	**60%**	**70%**	**80%**
1	5,93%	3,69%	2,88%	2,46%	2,14%	2,04%	2,02%	2,00%	1,99%
2	6,98%	4,33%	3,38%	2,88%	2,43%	2,22%	2,16%	2,12%	2,09%
3	**9,82%**	5,81%	4,29%	3,46%	2,77%	2,50%	2,43%	2,38%	2,34%
4	**9,90%**	5,86%	4,32%	3,48%	2,79%	2,51%	2,44%	2,39%	2,34%
5	**9,49%**	5,64%	4,17%	3,37%	2,71%	2,45%	2,38%	2,33%	2,29%
6	**9,45%**	5,67%	4,21%	3,40%	2,74%	2,49%	2,43%	2,38%	2,34%

Per questi trattati il RORAC è più elevato già per valori di ξ^{Re} poco più bassi del 7% (Figura 21), risultante in un margine di contrattazione più ampio con quindi maggiori possibilità che assicuratore e riassicuratore possano accordarsi su livelli di caricamento per entrambi soddisfacenti. Il caso 4 rappresenta in particolare sempre la scelta migliore per tutti i valori di ξ^{Re}.

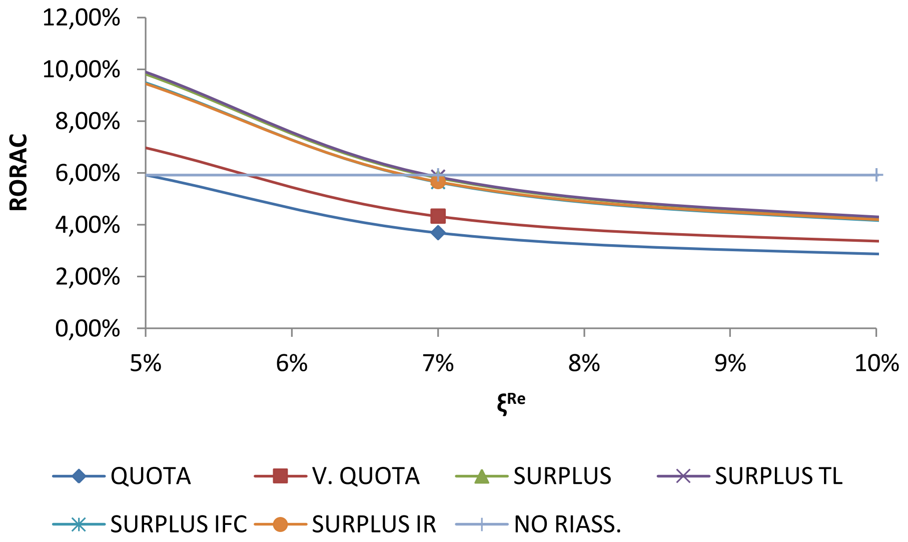


Figura 21 – RORAC per i 6 casi analizzati in funzione del fattore di caricamento del riassicuratore ξ^{Re}

I livelli ottimi di RORAC, in funzione delle aliquote di cessione per le riassicurazioni in quota e della tabella di linee per quelle in surplus, sono evidenziati nelle tabelle seguenti.

Tabella 18 – RORAC per la riassicurazione in quota share come funzione dell'aliquota globale di cessione (Caso 1)

τ	**RORAC**	**$CV(S^R)$**	**$\Upsilon(S^R)$**	**ES^{Re}/ES**
70%	0,37%	0,24159	0,64698	70%
60%	2,29%	0,24159	0,64698	60%
50%	3,47%	0,24159	0,64698	50%
47,60%	**3,69%**	0,24159	0,64698	**47,60%**
40%	4,28%	0,24159	0,64698	40%
30%	4,86%	0,24159	0,64698	30%

20%	5,30%	0,24159	0,64698	20%
15%	5,48%	0,24159	0,64698	15%
10%	5,65%	0,24159	0,64698	10%
5%	5,79%	0,24159	0,64698	5%
2,5%	5,86%	0,24159	0,64698	2,5%
0%	**5,93%**	0,24159	0,64698	**0%**

Tabella 19 – RORAC per la riassicurazione in quota share variabile in funzione delle aliquote di cessione nelle diverse classi di rischio (Caso 2)

τ_1	τ_2	τ_3	τ_4	**RORAC**	**CV(S^R)**	**Υ(S^R)**	**ES^{Re}/ES**
86,40%	63,73%	63,60%	41,87%	0,44%	0,21846	0,49491	70%
81,86%	51,64%	51,47%	22,50%	2,68%	0,21846	0,49491	60%
77,33%	39,56%	39,34%	3,12%	4,07%	0,21846	0,49491	50%
76,23%	36,63%	36,40%	0,00%	**4,33%**	0,21846	0,49434	**47,60%**
72,69%	27,18%	26,92%	0,00%	5,03%	0,21852	0,49056	40%
68,03%	14,75%	14,44%	0,00%	5,72%	0,21867	0,48830	30%
63,36%	2,32%	1,97%	0,00%	6,24%	0,21885	0,48739	20%
51,65%	0,00%	0,00%	0,00%	**6,42%**	0,21992	0,49046	**15%**
34,44%	0,00%	0,00%	0,00%	6,38%	0,22481	0,52279	10%
17,22%	0,00%	0,00%	0,00%	6,19%	0,23240	0,57936	5%
8,61%	0,00%	0,00%	0,00%	6,06%	0,23685	0,61252	2,50%
0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	5,93%	0,24159	0,64698	0%

Tabella 20 – RORAC per la riassicurazione in surplus in funzione del pieno di conservazione (Caso 3)

R	**RORAC**	**CV(S^R)**	**ϒ(S^R)**	**ES^{Re}/ES**
2925631	0,60%	0,17304	0,26513	70%
4073480	3,68%	0,17469	0,26963	60%
5511383	5,50%	0,17772	0,27884	50%
5905546	**5,81%**	0,17865	0,28174	**47,60%**
7316721	6,59%	0,18212	0,29259	40%
9696898	7,20%	0,18805	0,31149	30%
13165865	**7,44%**	0,19616	0,33878	**20%**
15728240	7,42%	0,20147	0,358120	15%
19692281	7,29%	0,20837	0,38590	10%
27538368	6,97%	0,21855	0,43546	5%
36539839	6,66%	0,22648	0,48478	2,5%
145722880	5,93%	0,24159	0,64698	0%

Tabella 21 – RORAC in funzione della tabella di linee costruita col metodo de Finetti (Caso 4)

R_1	**R_2**	**R_3**	**R_4**	**RORAC**	**CV(S^R)**	**ϒ(S^R)**	**ES^{Re}/ES**
2299624	3000077	4149524	5600637	0,61%	0,17133	0,26965	70%
3218835	4199276	5808183	7839338	3,71%	0,17312	0,27363	60%
4376003	5708911	7896219	10657572	5,54%	0,17623	0,28250	50%

4694513	6124436	8470949	11433288	**5,86%**	0,17718	0,28532	**47,60%**
5838599	7617005	10535380	14219662	6,63%	0,18070	0,29601	40%
7808971	10187542	14090791	19018420	7,25%	0,18667	0,31461	30%
10798149	14087208	19484572	26298436	**7,48%**	0,19483	0,34154	**20%**
13129533	17128720	23691407	31976426	7,46%	0,20023	0,36056	15%
16929135	22085661	30547547	41230197	7,33%	0,20728	0,38756	10%
25115977	32766171	45320182	61168906	7,00%	0,21783	0,43569	5%
35019031	45685643	63189613	85287377	6,68%	0,22609	0,48378	2,5%
125275602	163433889	226051848	305103458	5,93%	0,24159	0,64698	0%

Tabella 22 – RORAC in funzione della tabella di linee costruita con il metodo della frequenza inversa (Caso 5)

R_1	R_2	R_3	R_4	**RORAC**	**CV(S^R)**	**Υ(S^R)**	**ES^{Re}/ES**
3719435	2789576	2231661	1859717	0,58%	0,17791	0,27706	70%
5162017	3871513	3097210	2581009	3,57%	0,17915	0,28120	60%
6969152	5226864	4181491	3484576	5,34%	0,18197	0,29092	50%
7463873	5597905	4478324	3731937	**5,64%**	0,18286	0,29396	**47,60%**
9225704	6919278	5535422	4612852	6,40%	0,18626	0,30550	40%
12141647	9106235	7284988	6070824	6,99%	0,19213	0,32561	30%
16301740	12226305	9781044	8150870	**7,23%**	0,20008	0,35428	**20%**
19309764	14482323	11585858	9654882	7,23%	0,20520	0,37428	15%
23742588	17806941	14245553	11871294	7,12%	0,21180	0,40303	10%
32062456	24046842	19237474	16031228	6,83%	0,22129	0,45297	5%
41230649	30922987	24738389	20615324	6,56%	0,22852	0,50135	2,5%

175695148	131771361	105417089	87847574	5,93%	0,24159	0,64698	0%

Tabella 23 – RORAC in funzione della tabella di linee costruita con il metodo della rata inversa (Caso 6)

R_1	R_2	R_3	R_4	**RORAC**	**CV(S^R)**	**Υ(S^R)**	**ES^{Re}/ES**
1575911	3065218	6711652	14667764	0,58%	0,17538	0,33009	70%
2233245	4343761	9511173	20785886	3,56%	0,17646	0,32211	60%
3075892	5982747	13099923	28628805	5,35%	0,17912	0,32370	50%
3310282	6438645	14098166	30810382	**5,67%**	0,17998	0,32507	**47,60%**
4164217	8099588	17734994	38758371	6,44%	0,18324	0,33130	40%
5690350	11067983	24234642	52962818	7,07%	0,18891	0,34535	30%
8215206	15978942	34987759	76462871	**7,32%**	0,19680	0,37028	**20%**
10489001	20401574	44671628	97626171	7,31%	0,20197	0,38866	15%
14682617	28558344	62531829	136658172	7,22%	0,20842	0,41031	10%
24175833	47023071	102962504	225016088	6,97%	0,21805	0,44290	5%
34851580	67787875	148429467	324380398	6,68%	0,22611	0,48472	2,5%
202620117	394105150	862939241	1885882773	5,93%	0,24159	0,64698	0%

L'obiettivo di massimizzazione del RORAC, in tutte le strutture riassicurative analizzate, è raggiunto in corrispondenza di un costo atteso trasferito in percentuale tra il 10% e il 20% (come visibile in figura 22), ad eccezione della riassicurazione in quota share globale.

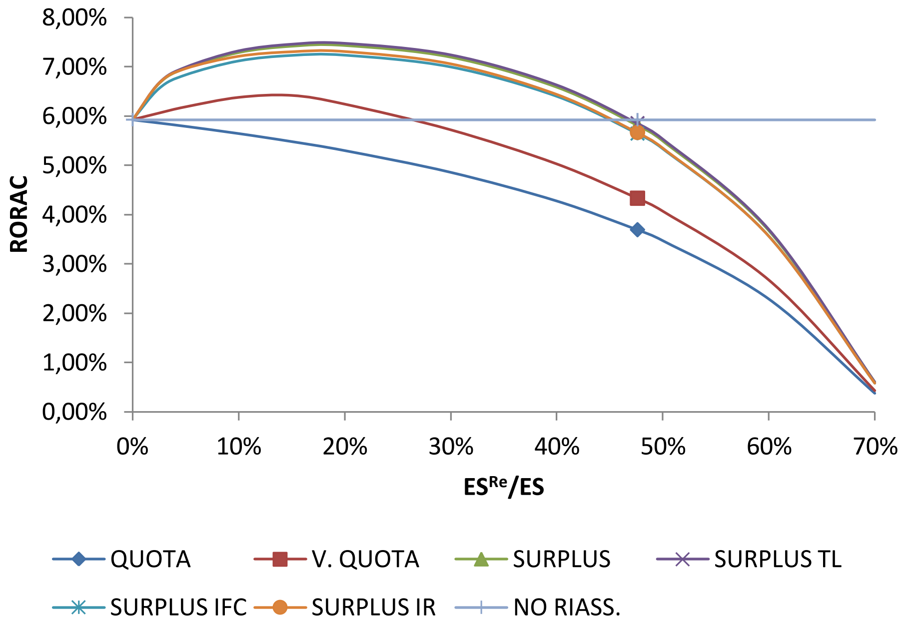


Figura 22 – RORAC per i 6 casi analizzati in funzione di ES^{Re}/ES

I benefici della riassicurazione in termini di redditività del capitale sono palesi quindi già dalla cessione di piccole frazioni del rischio. A meno del caso di riassicurazione in quota share globale dove il RORAC non supera mai il valore raggiunto in assenza di riassicurazione, nelle altre strutture riassicurative questo supera inizialmente tale livello fino a raggiungere un punto massimo in corrispondenza di una cessione del costo aggregato in termini attesi intorno al 20%, per poi decrescere fino a livelli inferiori al 5,93% man mano che la percentuale di cessione aumenta. Come visibile in figura 22, ciò avviene più velocemente per il trattato in quota share variabile (prima del 30% di cessione) rispetto i trattati in surplus (in corrispondenza di circa il 50%), con il caso 4 ancora in testa alla classifica virtuale di preferenza.

È da precisare comunque, che valori più bassi del RORAC in presenza di un trattato di riassicurazione non implicano che la stipula dello stesso sia svantaggiosa. Tale svantaggio è infatti percepito differentemente dai diversi assicuratori e dipende dagli obiettivi prefissati di riduzione del rischio nonché dai principali risultati che l'assicuratore vuol conseguire con la stipula del trattato. Ciò significa che alcuni assicuratori saranno maggiormente interessati ai benefici in termini di riduzione del rischio piuttosto che a quelli di incremento di redditività. Nel caso studiato l'assicuratore è infatti disposto a stipulare il trattato di riassicurazione a scapito di rendimenti migliori purché gli sia garantito un guadagno atteso di 3.000.000. Ogni decisione va quindi ponderata esaminando entrambi gli aspetti, ovvero sia quello della riduzione di rischiosità (minimizzata mediante il metodo de Finetti) sia quello della redditività (massimizzata mediante il RORAC).

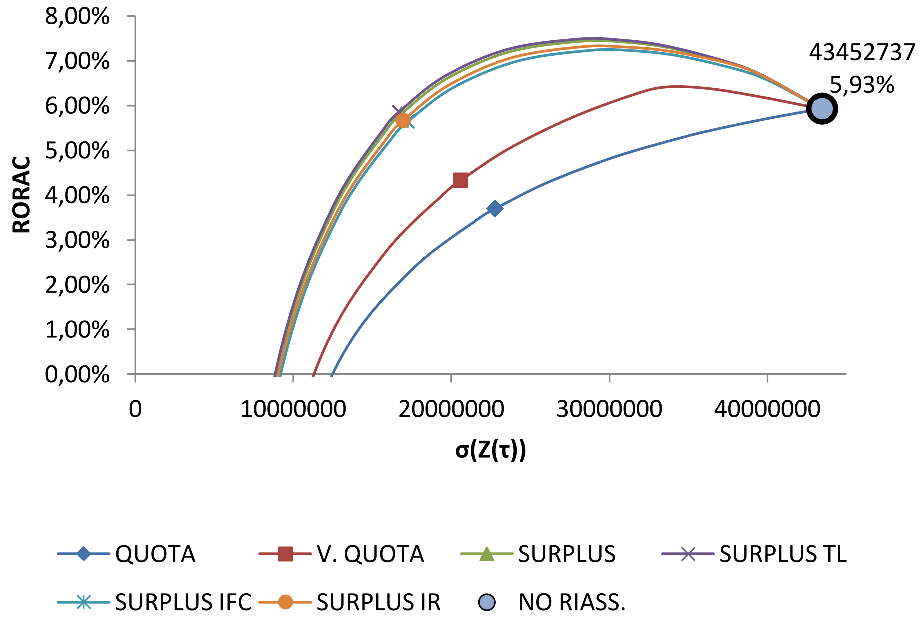


Figura 23 – RORAC per le diverse strutture riassicurative in funzione della deviazione standard

Esprimere il RORAC in funzione della varianza del guadagno aleatorio (Figura 23) consente di valutare la questione prestando attenzione ad ambo gli aspetti contemporaneamente. La necessità dell'assicuratore di stipulare un contratto riassicurativo che lo soddisfi in pieno assume un significato grafico, con i risultati più soddisfacenti conseguiti da quelle politiche riassicurative che si posizionano nella parte in alto a sinistra, dove ad alti livelli di RORAC corrispondono bassi livelli di rischiosità conservata.

In riferimento al caso studio, il giudizio è insindacabile. La riassicurazione in surplus con tabella di linee definita mediante la formula de Finetti (Caso 4, SURPLUS TL in grafico) è la migliore tra tutte, ponendosi a parità di varianza ad un livello di RORAC sempre più altro rispetto le altre. A parità di guadagno atteso si pone pertanto sempre più in alto e più a sinistra di tutte.

Appurata la scelta della riassicurazione in surplus con tabella di linee costruita seconda la formula de Finetti, la cedente potrà quindi muoversi sulla curva rischio/rendimento in base alla propensione al rischio del proprio gestore, ponendosi più in basso nel caso in cui questo sia disposto a sacrificare una maggiore redditività per una riduzione più consistente del rischio (il gestore è particolarmente avverso), più in alto se il suo obiettivo è garantire la massima redditività del capitale (con corrispondente minore avversione) o in zona intermedia se è disposto ad accettare un compromesso tra i due.

CONCLUSIONI

Con la sempre più imminente entrata in vigore della direttiva Solvency II, le compagnie di assicurazione hanno dovuto correre ai ripari ridefinendo parte delle strategie di gestione del capitale, al fine di soddisfare i requisiti di solvibilità richiesti. Abbiamo visto come tale direttiva consente di calcolare il requisito di capitale con l'utilizzo di una formula standard oppure mediante l'applicazione di modelli interni e come la prima contempli perfettamente l'adozione di strategie quali la riassicurazione proporzionale. Questa rappresenta pertanto un adeguato strumento di riduzione della rischiosità e al contempo di soddisfacimento delle nuove imposizioni. Solvency II infatti riconosce in pieno i suoi benefici sulla stabilità della gestione assicurativa e definisce al contempo quali strumenti le autorità di vigilanza possiedono al fine di garantire che la pratica riassicurativa si svolga in totale trasparenza e rispetto della normativa nonché sempre ponendo in primo piano gli interessi degli assicurati.

La considerazione della pratica della riassicurazione nella forma proporzionale diviene quindi ancor più consistente in dipendenza della sua totale compatibilità con la direttiva, differentemente dalle forme non proporzionali per cui sussistono ancora evidenti problemi di implementazione. Nonostante infatti siano quest'ultime ad essere preferite rispetto le prime grazie alle loro straordinarie proprietà di mitigazione del rischio nonché di redditività del capitale, è pur vero che esistono alcuni pregi che portano spesso al preferire le forme proporzionali: la loro semplicità in termini computazionali, la facilità di determinazione del premio di riassicurazione nonché la riduzione di fenomeni indesiderati come il moral hazard.

Al momento di definire le strategie della gestione del rischio, al fine di garantire la sana e corretta gestione della compagnia, sarà pertanto considerata ogni possibile via. Scelta la riassicurazione in forma proporzionale come strumento per il conseguimento del desiderato livello di rischiosità da gestire, ci si dovrà accordare con il riassicuratore circa la miglior politica da adottare. Bruno de Finetti propose nel 1940 un criterio per la definizione della migliore combinazione di aliquote di ritenzione per le forme proporzionali, ponendosi dalla parte della compagnia cedente i rischi. E nonostante questo criterio sia stato presentato oltre 70 anni orsono, non sente il peso degli anni e continua ad essere considerato nella definizione della politica ottima. Scelto un adeguato livello di guadagno atteso, il metodo consente di individuare la politica che minimizza la varianza conservata, ovvero quella che consente il miglior trasferimento in riassicurazione del rischio insito nel portafoglio contratti della compagnia cedente.

Queste considerazioni hanno motivato lo studio qui proposto circa l'analisi e il confronto delle riassicurazioni in forma proporzionale più note ed utilizzate quali quelle in quota e per eccedente di somma (surplus) con politiche definite mediante il metodo de Finetti. La scelta del portafoglio è ricaduta sul ramo danni ed in particolar modo circa le assicurazioni sugli incendi, dove le particolari caratteristiche dei sinistri (quali danni elevati e non di rado pari all'ammontare assicurato) e la loro relativamente bassa frequenza ne ha reso un caso di studio molto interessante. Queste caratteristiche peculiari rendono fondamentale la scelta di un'adeguata distribuzione per la descrizione del costo sinistri aggregato, ovvero riferito all'intero portafoglio, presentando la distribuzione del costo del singolo sinistro una notevole asimmetria. Ciò ha motivato il ricorso ad una classe di distribuzioni presentata da Bernegger quali la MBBEFD, attraverso la quale è stato possibile descrivere la distribuzione dell'importo del danno relativo (in percentuale alla somma assicurata) per ognuna delle classi di rischio considerate. Mentre per la definizione della distribuzione del costo sinistri aggregato si è scelta la via semplice dell'approssimazione mediante la distribuzione Gamma Shifted.

L'applicazione numerica che è seguita ha evidenziato come, per il portafoglio considerato e in genere per tutti quelli con caratteristiche simili (i portafogli di assicurazioni sugli incendi su tutti), la riassicurazione in surplus con tabella di linee costruita con il metodo de Finetti rappresenta sicuramente la miglior soluzione. Le riassicurazioni in quota difficilmente si adattano a portafogli con notevole asimmetria a causa della loro incapacità di omogeneizzare il rischio, notevole punto a sfavore che le rende pertanto utili o al più meritevoli di considerazione solo in presenza di un accordo con il riassicuratore circa un fattore di caricamento più basso rispetto il proprio, pratica realizzabile a fronte delle possibilità di diversificazione offerte dalla compagnia cedente. In caso contrario, migliori risultati sono conseguiti già con la scelta di aliquote diversificate per classe di rischio, sebbene anche questa sia del tutto oscurata dalla supremazia dei trattati in surplus.

La costruzione della tabella di linee mediante il metodo de Finetti consente il raggiungimento dell'obiettivo di minimizzazione nel miglior modo, superiore anche (e senza sorprese) alla situazione con singola linea. A deludere le aspettative sono invece le riassicurazioni in surplus con tabella di linee definite con i metodi della frequenza inversa e della rata inversa. Sebbene ognuno dei quattro diversi trattati in surplus considerati porti a risultati del tutto simili e con scarti tra loro minimi, queste due tipologie rappresentano il fanalino di coda della categoria per eccedente di somma e mostrano risultati peggiori anche al caso di singola linea definita con la formula de Finetti.

Questo a dimostrazione del fatto che politiche riassicurative definite senza una reale giustificazione a motivarne l'utilizzo mostrano il fianco ai più efficienti metodi di ottimizzazione, tra i quali quello de Finetti. E tale considerazione è estendibile anche al caso in cui si considerano i risultati in termini di redditività e creazione di valore. Il RORAC ne fornisce in tal senso un'adeguata valutazione e i risultati conseguiti confermano quanto, per portafogli con caratteristiche simili a quelle studiate, la riassicurazione in surplus con tabella di linee alla de Finetti sia la scelta da fare.

BIBLIOGRAFIA

[1] Anselmo A. (2012), Dispensa Solvency II Turning significant change into competitive gain, Corso di Diritto dell'Economia, Mod. Assicurazioni e Banche

[2] Antal P. (2009), Mathematical Methods in Reinsurance, Swiss Reinsurance Company

[3] Bernegger S. (1997), The SWISS RE Exposure Curves and the MBBEFD Distribution Class, ASTIN Bulletin 27/1

[4] Bugmann C. (1997), Proportional and non-proportional reinsurance, Swiss Reinsurance Company

[5] Dacorogna M. (2011), Capital and Capital Management, Economy of Risk in Insurance, Zurich

[6] De Finetti B. (1940), Il problema dei pieni, Giorn. Inst. Ital. Attuari 11, 1-88

[7] EIOPA-DOC-13/061 (28 January 2013), Technical Specification on the Long Term Guarantee Assessment (Part I)

[8] EIOPA-EQUIV-12-016 (2012), Solvency II – Equivalence Transitional measure

[9] Galey G., Kuhn M. (2009), Fire Insurance, Swiss Reinsurance Company

[10] Gazzetta Ufficiale dell'Unione Europea, Direttiva 2009/138/CE del Parlamento Europeo e del Consiglio del 25 Novembre 2009 in materia di accesso ed esercizio delle attività di assicurazione e di riassicurazione (solvibilità II)

[11] Glineur F. e J.-F. Walhin (2006), de Finetti's Retention Problem for Proportional Reinsurance Revisited, Blätter der Deutschen Gesellschaft für Versicherungs- und Finanzmathematik 28(1), 451-462

[12] Guggisberg D. (2004), Exposure Rating, Swiss Reinsurance Company, Zurich

[13] Hegglin M., Geiger R. (1997), Introduction to reinsurance accounting, Swiss Reinsurance Company

[14] Helfenstein R. e Strassner M. (2009), Solvency II Standard Formula: Consideration of non-life reinsurance, Swiss Reinsurance Company

[15] Hürlimann W. (2010), A case study on the optimality of reinsurance contracts, Bulletin of the Swiss Association of Actuaries, 71-91

[16] Kraus C. (2013), EVA/RAROC versus MCEV Earnings: A unification Approach, Geneva Papers on Risk & Insurance - Issues & Practice, Vol. 38 Issue 1, 113

[17] Laeven, R. J. and Goovaerts, M. J. (2008), Premium Calculation and Insurance Pricing, Encyclopedia of Quantitative Risk Analysis and Assessment

[18] Lampaert, I. and J.-F. Walhin (2005), On the optimality of proportional reinsurance, Scandinavian Actuarial Journal, vol. 3, 225–239

[19] Pitacco E. (2002), Matematica e tecnica attuariale delle assicurazioni sulla durata di vita, Lint Editoriale

[20] Silverstrov M., Teugels J., Masol V., MalyarenkoA. (2006), Innovation Methods, Algorithms, and Software for analysis of Reinsurance Contracts, Theory of Stochastic Process Vol.12 (28), no. 1-2

[21] Swiss Reinsurance Company (2011), Recognition of reinsurance under Solvency II

[22] Swiss Reinsurance Company (2011), How reinsurance impacts non-life insurers under Solvency II – a case study

[23] Swiss Reinsurance Company (2010), Consideration of non-proportional reinsurance under the Solvency II Standard Formula

[24] Swiss Reinsurance Company (2011), Equivalence in reinsurance treatment, group solvency and group supervision under Solvency II

[25] Swiss Reinsurance Company (2010), The balancing act of capital management: Non-life insurance under Solvency II

Un ringraziamento al mio relatore professor D'Ortona e correlatori prof.ssa Staffa e prof. Melisi per la disponibilità e cortesia sempre dimostratemi.

Alla mia famiglia l'abbraccio più grande, per un amore sconfinato.

Un abbraccio di cuore ai miei migliori compagni di studi, compari di risate e straordinari amici di vita Luigi, Gianluca e Adriano.

Un bacio a tutte le stupende ragazze che hanno colorato ogni giornata della mia vita universitaria e illuminato ogni sera di splendidi sorrisi.

Un ringraziamento a tutti i miei familiari, amici e a tutti coloro che hanno condiviso con me questo straordinario percorso di vita.

Voi tutti siete la vita vera, il mondo pieno e l'universo vivo.

Il mio pensiero torna sempre a te, mamma Emerica, e a te, Pompeo, amico mio. Il caloroso abbraccio del vostro cuore non mi abbandonerà mai.

Per un'intera vita credo di non aver mai realmente capito quanto tu fossi importante per me, finché non ho visto profonde lacrime segnare il tuo viso.

Ho in quel momento capito quanto tieni a noi e che mai più avrei voluto vedere quelle lacrime, mai più quella sofferenza.

Ogni mia conquista, ogni mio traguardo sarà sempre anche tuo, perché mi hai insegnato che ciò che più conta in una persona è il suo cuore.

E il tuo è il più grande di tutti.

Un abbraccio, mamma, con la promessa che ogni nuova lacrima che per me cadrà dai tuoi occhi sarà una calda lacrima di gioia.